

**В.А. КОТЛЯРЕВСКИЙ**

**ПРОЧНОСТЬ И ЗАЩИТНЫЕ СВОЙСТВА  
СПЕЦИАЛЬНЫХ СООРУЖЕНИЙ**

**Методы расчета и программные средства**

**Москва 2014**

**V. KOTLYAREVSKY**

**DURABILITY AND PROTECTIVE PROPERTIES  
SPECIAL CONSTRUCTIONS**

**Calculation methods and software tools**

**Moskow 2014**

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие .....	4
Глава 1. Нагрузки и воздействия .....	5
1.1. Воздушные ударные волны .....	5
1.2. Параметры газовых взрывов .....	8
1.2.1. Детонационный взрыв .....	11
1.2.2. Дефлаграционный взрыв .....	12
1.2.3. Тепловая радиация при дефлаграции .....	12
1.3. Схематизация основных нагрузок .....	13
Глава 2. Динамическая прочность конструктивных элементов сооружений .....	14
2.1. Обеспечение прочности упругих конструкций .....	14
2.1.1. Ударные спектры конструкций .....	14
2.1.2. Статика конструкций .....	16
2.1.3. Основные частоты конструкций .....	19
2.1.4. Балочные конструкции из железобетона .....	19
2.2. Упругопластические системы .....	22
2.2.1. Экспериментальный контроль прочности конструкций .....	23
2.2.2. Исчерпание упругого ресурса конструкций. Динамический предел текучести .....	26
2.2.3. Упругопластический анализ .....	28
Глава 3. Динамическая прочность заглубленных в грунт сооружений .....	33
3.1. Механические свойства грунтовых сред .....	33
3.1.1. Упруговязкая модель наследственного типа .....	33
3.1.2. Упруговязкопластические реологические модели .....	37
3.2. Прочность сооружений прямоугольного очертания .....	40
3.2.1. Постановка задачи и система уравнений .....	40
3.2.2. Программная реализация уравнений .....	44
3.2.3. Инвариантное представление решений и коэффициенты динамичности .....	46
3.2.4. Расчет рамного сооружения по программе «W» .....	53
3.2.5. Динамика защитных сооружений сложной конструкции .....	56
Глава 4. Опасности поражения людей при недостаточной герметичности сооружений .....	60
4.1. Критерии оценки степени токсического поражения людей .....	60
4.2. Показатели затекания загрязненного воздуха с ударной волной в помещения .....	61
4.3. Оценка затекания загрязненного воздуха в заглубленные сооружения фильтрацией через грунтовый слой .....	65
4.3.1. Фильтрация ударной волны в сооружение через пористый грунт .....	65
4.3.2. Аппроксимация уравнений и алгоритм решения задачи .....	68
Глава 5. Теплозащита сооружений .....	74
5.1. Общие соотношения задачи теплопередачи .....	74
5.2. Соотношения в инвариантной форме .....	77
5.3. Эмпирические соотношения для тепловых воздействий на конструкции .....	78
5.4. Конечно-разностная аппроксимация уравнений теплопередачи .....	79
5.5. Программа TERM .....	81
5.6. Пример расчета .....	83
Литература .....	86

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Специальные сооружения – защитные сооружения гражданской обороны (убежища) и защитные конструкции промышленных объектов служат для защиты людей от действия оружия массового поражения – ядерных взрывов (ЯВ), отравляющих веществ и бактериальных средств, а также от обычных боевых средств поражения – снарядов, авиабомб, боеприпасов объемного взрыва (БОВ). Сооружения также должны обеспечивать защиту от вторичных факторов, обусловленных действием ударной волны и светового излучения ЯВ и БОВ. К вторичным относятся факторы: воздействие обломков разрушающихся зданий, ударноволновое и тепловое действие газовых взрывов облаков испарения сжиженных газов и нефтепродуктов при разрушении технологических емкостей и резервуаров, интенсивные пожары и т. п. При проектировании и расчете специальных сооружений основополагающими являются воздушная ударная волна и волна сжатия в грунте от взрывов.

Ограждающие конструкции спецсооружений и защитные конструкции в промышленности по прочности должны обеспечивать защиту от современных средств поражения, а также от пожаров, удовлетворяя требованиям теплотехнического расчета для условий эксплуатации в мирное и военное время. Надежная противоатомная, противохимическая и противобактериальная защита обеспечивается необходимой герметичностью ограждающих конструкций, предотвращающих затекание загрязненного воздуха в сооружения через неплотности и технологические отверстия.

По вертикальной посадке отдельно стоящие специальные сооружения бывают заглубленными, полузаглубленными и возвышающимися. Заглубленные сооружения покрывают слоем грунтовой засыпки толщиной до 1 м. Полузаглубленные и возвышающиеся – также имеют грунтовую обсыпку покрытий и стен. При механическом действии взрывов грунт засыпки может быть сметен, оголяя покрытия отдельных сооружений. Поэтому при вероятном неоднократном взрывном воздействии наиболее нагруженный элемент сооружения – покрытие может подвергаться как действию волны сжатия (через грунтовую засыпку), так и непосредственно действию воздушной ударной волны.

В книге рассмотрены динамические нагрузки взрывного действия и расчетное обеспечение проектирования специальных сооружений. Приведены методы оценки динамической прочности конструктивных элементов и заглубленных в грунт сооружений, тепловой защиты от радиации взрывов и пожаров, а также защиты от проникания загрязненного воздуха во внутренние помещения через неплотности и технологические отверстия при непосредственном действии ударной волны на сооружение, а также фильтрацией через открытые поры грунтовой засыпки.

Приведены методы расчета прочности защитных конструкций на эквивалентные статические нагрузки с использованием коэффициентов динамичности. Рассмотрены алгоритмы и программные средства теплозащиты и прочностных расчетов заглубленных сооружений с учетом дифракционного взаимодействия с волнами сжатия в грунте, индуцированными взрывными воздействиями на поверхности грунта.

Расширенная информация о специальных защитных сооружениях приведена в работах [1–4, 49, 50, 53].

## ГЛАВА 1. НАГРУЗКИ И ВОЗДЕЙСТВИЯ

### 1.1. ВОЗДУШНЫЕ УДАРНЫЕ ВОЛНЫ

При взрыве заряда конденсированного взрывчатого вещества или при ядерном взрыве в атмосфере возникают воздушные ударные волны, распространяющиеся с большой скоростью в виде области сжатия – разрежения со скачком на своем фронте давления, температуры, плотности и скорости частиц среды (массовой скорости).

При воздушном взрыве ударная сферическая волна достигает земной поверхности и отражается от нее (рис.1.1). На некотором расстоянии от эпицентра взрыва (проекция центра взрыва на земную поверхность) фронт отраженной волны сливается с фронтом падающей, вследствие чего образуется так называемая головная волна с вертикальным фронтом, распространяющаяся от эпицентра вдоль земной поверхности [5].

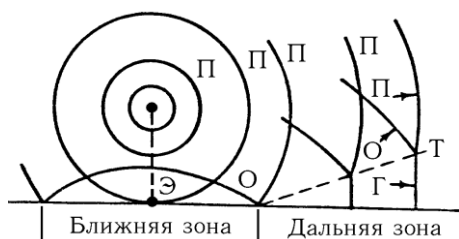


Рис.1.1. Схема волнообразования при воздушном взрыве: Э – эпицентр взрыва; П – фронт падающей волны; О – фронт отраженной волны; Г – фронт головной ударной волны; Т – траектория тройной точки

Ближняя зона, где отсутствует слияние фронтов, называется зоной регулярного отражения, а дальняя зона, в которой распространяется головная волна, – зоной нерегулярного отражения (ниже траектории тройной точки слияния трех фронтов). В ближней зоне при умеренной высоте взрыва давление в ударной волне очень велико. Поэтому наибольший интерес представляют данные об ударной волне в дальней зоне.

Характер воздушной ударной волны при наземном взрыве (за пределами воронки) соответствует дальней зоне воздушного взрыва. Таким образом, как при воздушном, так и при наземном взрывах обычно рассматривают воздушную ударную волну, распространяющуюся от эпицентра с вертикальным фронтом. Характерная волновая картина при наземном взрыве приведена на рис. 1.2.

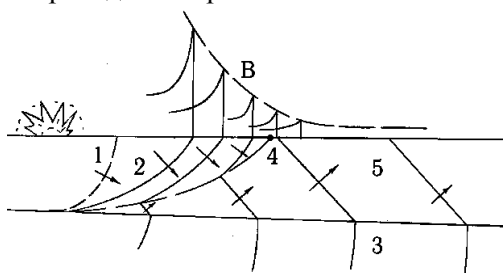


Рис. 1.2. Волновая картина при наземном взрыве

В двухслойном грунтовом массиве энергия взрыва, переданная грунту, вызывает прямую взрывную волну 1. Воздушная ударная волна В, распространяющаяся вдоль поверхности грунта, замедляется, а ее интенсивность уменьшается, что вызывает в мягком слое волну сжатия, режим которой 2 на траектории 4 переходит в опережающий режим 5. Кроме того, образуется преломленная во второй слой волна 3. При достаточно мощном слое мягкого грунта наклон волны сжатия 2 весьма мал, то есть ее фронт почти параллелен поверхности грунта.

С момента прихода фронта воздушной ударной волны в точку на земной поверхности давление резко повышается до максимального значения  $P_{\phi}$  (рис. 1.3), а затем убывает до атмосферного  $P_0$  и ниже атмосферного.

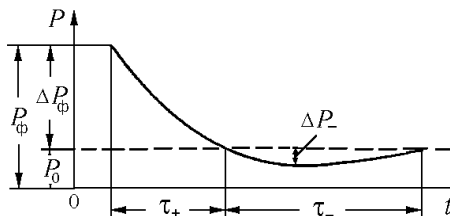


Рис.1.3. Изменение давления ударной волны со временем в фиксированной точке

Период  $\tau_+$  повышенного избыточного (сверх атмосферного) давления  $\Delta P = P - P_0 > 0$  называется фазой сжатия, а период  $\tau_-$  пониженного давления  $\Delta P < 0$  — фазой разрежения. Одновременно с давлением в ударной волне возникает движение воздушной среды от эпицентра (центра) взрыва. Законы изменения массовой скорости  $v$  и плотности  $\rho$  среды во времени качественно аналогичны изменению давления, однако вследствие инерционности воздушного потока период  $\tau_{+ck}$  положительной фазы скоростного напора  $P_{ck} = \rho v^2 / 2 > 0$  несколько больше, чем  $\tau_+$ . Избыточное давление в волне и скоростной напор являются важнейшими характеристиками ударной волны, определяющими эффект ее воздействия на сооружения.

По мере распространения ударной волны ее интенсивность убывает, скорость продвижения фронта волны уменьшается, и на значительных расстояниях от эпицентра ударная волна вырождается в акустическую. Основными параметрами, определяющими интенсивность ударной волны, являются избыточное давление на фронте  $\Delta P_\phi$  и длительность фазы сжатия  $\tau_+$ . Эти параметры зависят от массы заряда ВВ определенного типа (то есть энергии взрыва), высоты  $H$ , условий взрыва и расстояния  $R$  от эпицентра.

При расчете параметров ударных волн взрыва заряда ВВ с теплотой взрыва  $Q_{ВВ}$ , отличной от теплоты взрыва тротила  $Q_{ТНТ}$ , вводят величину тротилового эквивалента заряда по ударной волне  $C$ . Величина  $C$  определяется произведением массы заряда  $C_{ВВ}$  данного ВВ на отношение теплот взрыва данного ВВ и тротила (для зарядов тротила  $Q_{ВВ}/Q_{ТНТ} = 1$ ,  $C = C_{ВВ}$ ):

$$C = C_{ВВ} \cdot Q_{ВВ} / Q_{ТНТ}.$$

Важной характеристикой ударной волны является ее удельный импульс  $I$ , кПа·с, определяемый для фазы сжатия ( $0 < t < \tau_+$ ) по формуле

$$I = \int_0^{\tau_+} \Delta P(t) dt = AC^{2/3} / R, \quad A \sim 0,4,$$

где  $\Delta P(t)$  — функция, характеризующая изменение избыточного давления за фронтом ударной волны во времени.

Импульс фазы разрежения играет сравнительно меньшую роль, а его значение отрицательно, то есть полный импульс несколько меньше импульса фазы сжатия.

Параметры воздушной ударной волны определяют по формулам М. Садовского, в которых вид взрывчатого вещества учитывается тротиловым эквивалентом по ударной волне. Давление  $\Delta P_\phi$ , МПа, для свободно распространяющейся сферической воздушной ударной волны определяют по формуле

$$\Delta P_\phi = \frac{0,084}{\bar{R}} + \frac{0,27}{\bar{R}^2} + \frac{0,7}{\bar{R}^3}, \quad \bar{R} = \frac{R}{\sqrt[3]{C}}.$$

Мощность контактного взрыва на неразрушаемой преграде удваивается в связи с формированием полусферической волны. Поэтому для наземных взрывов величина тротилового эквивалента  $C$  в умножается на  $2\eta$ , где коэффициентом  $\eta < 1$  учитывается расход энергии на образование воронки в грунте (для грунтов средней плотности  $\eta = 0,6-0,65$ , для плотных суглинков и глин  $\eta = 0,8$ ).

Максимальное избыточное давление на поверхности земли при воздушном взрыве зависит от высоты взрыва  $H$ , однако при взрывах на небольшой высоте и на расстояниях  $R > H$  (дальняя зона) максимум давления приближенно можно оценить по предыдущей формуле.

Длительность фазы сжатия  $\tau_+$ , с, наземного и приземного взрывов определяют по формуле

$$\tau_+ = 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt[6]{C} \sqrt{R},$$

а максимальное давление разрежения  $\Delta P_-$ , МПа, и длительность фазы разрежения  $\tau_-$ , с, при  $\Delta P_\phi \leq 0,4$  МПа – из выражений

$$\Delta P_- = -0,03/\bar{R},$$

$$\tau_- = 0,013\sqrt[3]{C}.$$

Для ядерных взрывов величина  $C$  представляет тротильный эквивалент по ударной волне, равный половине полного тротильного эквивалента  $C_{\text{п}}$ . Для свободно распространяющейся в атмосфере ударной волны воздушного взрыва  $C = 0,5C_{\text{п}}$ . Для наземного и приземного ядерных взрывов  $C = 2\eta \cdot 0,5C_{\text{п}}$ , то есть  $C = \eta C_{\text{п}}$ .

Для воздушных ядерных взрывов параметры ударной волны на поверхности земли зависят от расстояния до эпицентра  $R$  и высоты взрыва  $H$ . Соответствующие графики для взрыва с  $C_{\text{п}} = 1$  кт даны на рис. 1.4. Для других значений  $C_{\text{п}}$  следует воспользоваться законами подобия.

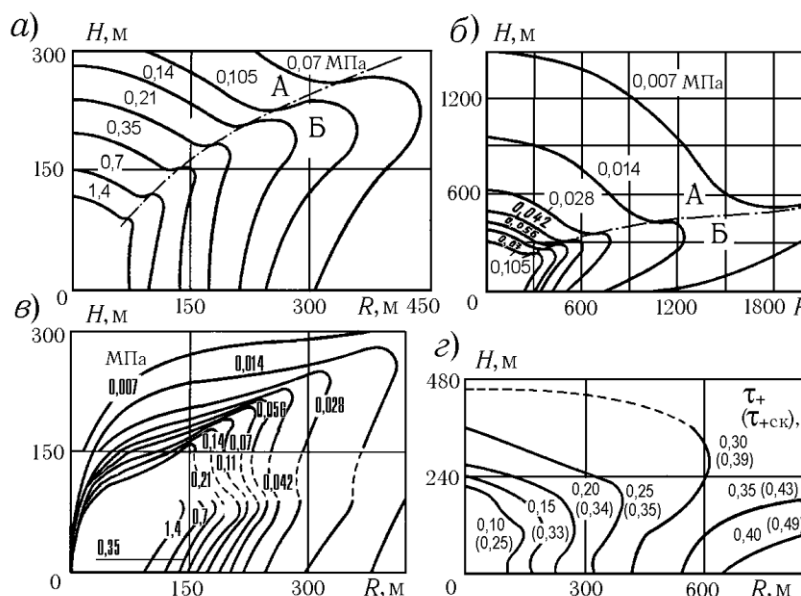


Рис.1.4. Зависимость параметров ударной волны на поверхности грунта от расстояния  $R$  до эпицентра и высоты  $H$  взрыва мощностью 1 кт в зоне регулярного (А) и нерегулярного (Б) отражения: а, б – избыточное давление на фронте волны; в – максимум горизонтальной составляющей скоростного напора; г – длительности фазы сжатия  $\tau_+$  и скоростного напора  $\tau_{+\text{ск}}$  [5].

Давление нормального отражения  $\Delta P_{\text{отр}}$  в воздухе от твердой преграды зависит от давления  $\Delta P_\phi$ , и коэффициент отражения  $K_{\text{отр}} = \Delta P_{\text{отр}}/\Delta P_\phi = (14 + 8\Delta P'_\phi)/(7 + \Delta P'_\phi)$ .

В табл. 1.1 приведены значения параметров на фронте ударной волны в диапазоне давлений  $\Delta P_\phi = 0,003-10$  МПа для МСА,  $\gamma = 1,4$ :  $\rho_\phi$  – плотность,  $V_\phi$  – скорость частиц,  $D_\phi$  – скорость фронта волны,  $C_\phi$  – скорость звука на фронте,  $T_\phi$  – температура,  $M_\phi$  – число Маха,  $P_{\text{ск}\phi}$  – скоростной напор,  $K_{\text{отр}}$  – коэффициент отражения;  $P_0$  – атмосферное давление,  $C_0$  – скорость звука в спокойном воздухе.

В табл. 1.2 даны параметры ударной волны в зависимости от приведенного расстояния до центра взрыва  $\bar{R}$ , рассчитанные В. Кожевниковым. Значения импульсов  $I_+$  и  $I_{\text{ск}}$  определены в пределах положительных фаз воздействий. Таблица позволяет по давлению  $\Delta P_\phi$  и массе заряда  $C$  определить радиус  $R$ , импульсы  $I_{+\text{ск}}$  и длительности воздействия  $\tau_{+\text{ск}}$  на этом радиусе. В таблице приняты обозначения  $\bar{R} = R/\sqrt[3]{kC}$ ,  $\bar{\tau}_{+\text{ск}} = \tau_{+\text{ск}}/\sqrt[3]{kC}$ ,  $\bar{I}_{+\text{ск}} = I_{+\text{ск}}/(P_0\sqrt[3]{kC})$ ,  $R$  – расстояние до центра взрыва (радиус), м;

$C$  – мощность взрыва (масса взрывчатого вещества в тротиловом эквиваленте), кг;  $P_0$  – атмосферное давление, Па;  $I_{+/\text{ск}}$  – удельный импульс фазы сжатия ударной волны (+) или скоростного напора (ск), Па·с;  $\tau_{+/\text{ск}}$  – длительность фазы сжатия ударной волны (+) или скоростного напора (ск), с;  $k = 1$  для воздушного взрыва,  $k = 2\eta$  для наземного взрыва;  $\eta = 0,6-0,65$  для грунтов средней плотности и  $\eta = 0,8$  для плотных суглинков и глин.

Примеры использования табл. 1.2.

1. Найти радиус  $R$ , импульс  $I_+$  и время  $\tau_+$  при наземном взрыве заряда мощностью 15 кг на грунте средней плотности по отношению давлений  $\Delta P_\Phi/P_0 = 2$ ,  $P_0 = 0,981 \cdot 10^5$  Па. По таблице  $\bar{R} = 198,6$ ;  $\bar{I}_+ = 0,1127$ ;  $\bar{\tau}_+ = 0,2114$ . Искомые параметры найдем по формулам

$$R = \bar{R} \sqrt[3]{2\eta C} = 198,6 \sqrt[3]{2 \cdot 0,65 \cdot 15} = 198,6 \cdot 2,692 = 534,6 \text{ м,}$$

$$I = \bar{I}_+ \cdot P_0 \sqrt[3]{2\eta C} = 0,1127 \cdot 0,981 \cdot 10^5 \cdot 2,692 = 0,298 \cdot 10^5 \text{ Па·с,}$$

$$\tau_+ = \bar{\tau}_+ \sqrt[3]{2\eta C} = 0,2114 \cdot 2,692 = 0,569 \text{ с.}$$

2. Определить значения  $R$  и  $\tau_+$  при воздушном взрыве заряда тротила массой 3 кг ( $3 \cdot 10^{-6}$  кг) и  $\Delta P_\Phi/P_0 \cong 5$ . По таблице  $\bar{R} = 134,4$ ;  $\bar{\tau}_+ = 0,1739$ . Далее находим

$$R = \bar{R} \cdot \sqrt[3]{kC} = 134,4 \cdot \sqrt[3]{1 \cdot 3 \cdot 10^{-6}} = 134,4 \cdot 0,0144 = 1,94 \text{ м,}$$

$$\tau_+ = \bar{\tau}_+ \cdot \sqrt[3]{kC} = 0,1739 \cdot 0,0144 = 0,0025 \text{ с.}$$

Таблица 1.1. Параметры на фронте воздушной ударной волны

$\Delta P_\Phi/P_0$	$\rho_\Phi/\rho_0$	$V_\Phi/C_0$	$D_\Phi/C_0$	$C_\Phi/C_0$	$T_\Phi/T_0$	$M_\Phi$	$P_{\text{сж}}/P_0$	$K_{\text{отр}}$
0,03	1,021	0,0212	1,013	1,0044	1,0085	0,021	0,0107	2,026
0,06	1,042	0,0418	1,025	1,0086	1,017	0,041	0,0212	2,051
0,1	1,070	0,0685	1,042	1,0139	1,028	0,060	0,0352	2,085
0,3	1,205	0,191	1,121	1,0387	1,078	0,184	0,103	2,247
0,5	1,333	0,299	1,195	1,0608	1,125	0,282	0,167	2,400
0,7	1,455	0,395	1,265	1,0809	1,169	0,365	0,227	2,545
1,0	1,625	0,524	1,363	1,109	1,231	0,472	0,313	2,750
1,5	1,882	0,709	1,512	1,153	1,328	0,615	0,441	3,059
2,0	2,111	0,867	1,648	1,192	1,421	0,727	0,556	3,333
2,5	2,316	1,007	1,773	1,229	1,511	0,819	0,658	3,579
3,0	2,500	1,134	1,890	1,265	1,600	0,896	0,750	3,800
3,5	2,667	1,250	2,000	1,300	1,688	0,962	0,833	4,000
4	2,818	1,358	2,104	1,332	1,774	1,020	0,903	4,182
5	3,083	1,553	2,299	1,395	1,946	1,113	1,042	4,500
7	3,500	1,890	2,646	1,512	2,286	1,250	1,250	5,000
10	3,941	2,309	3,094	1,671	2,877	1,382	1,470	5,529
50	5,386	5,393	6,622	3,077	9,469	1,753	2,193	7,263
100	5,673	7,671	9,312	4,218	17,80	1,818	2,336	7,607

## 1.2. ПАРАМЕТРЫ ГАЗОВЫХ ВЗРЫВОВ

Обычно в расчете нагрузок газовых взрывов (БОВ и облаков испарения жидких углеводородов) принимают, что сформировавшееся облако имеет полусферическую форму и расположено у поверхности земли. Поэтому для учета эффекта взаимодействия с грунтом (отражения взрывной волны от земной поверхности) расчетное значение массы выброса удваивают. Кроме того, поскольку обычно не все количество жидкого вещества переходит в облако, к удвоенному расчетному значению массы продукта вводят коэффициент  $\nu \leq 1$ .

Начальный радиус  $R_0$ , м, полусферического облака в зависимости от его объема  $V_0$ , м<sup>3</sup>, определяют по формуле  $R_0 = \sqrt[3]{3V_0/(2\pi)}$ .



Таблица 1.2. Параметры воздушной ударной волны по координате

$\Delta P_0/P_0$	$P_{св}/P_0$	$\bar{R}$	$\bar{\tau}_+$	$\bar{\tau}_{св}$	$\bar{I}_+$	$\bar{I}_{св}$
0,05	0,00089	1987	0,6687	0,7397	0,01403	0,000177
0,10	0,00352	1133	0,5049	0,5806	0,02087	0,000533
0,15	0,00787	840,3	0,4348	0,5191	0,02656	0,001029
0,20	0,01389	689,4	0,3939	0,4874	0,03161	0,001650
0,25	0,02155	596,0	0,3662	0,4692	0,03620	0,002387
0,30	0,03082	531,8	0,3459	0,4583	0,04043	0,003231
0,35	0,04167	484,4	0,3302	0,4519	0,04438	0,004177
0,40	0,05405	447,9	0,3175	0,4484	0,04807	0,005219
0,45	0,06795	418,7	0,3069	0,4470	0,05155	0,006351
0,50	0,08333	394,7	0,2980	0,4470	0,05483	0,007569
0,6	0,1184	357,3	0,2835	0,4338	0,06088	0,009876
0,7	0,1591	329,3	0,2722	0,4246	0,06634	0,01232
0,8	0,2051	307,4	0,2630	0,4182	0,07130	0,01487
0,9	0,2563	289,6	0,2553	0,4136	0,07582	0,01750
1,0	0,3125	274,9	0,2487	0,4103	0,07996	0,02021
1,5	0,6618	226,5	0,2257	0,3979	0,09896	0,03349
2,0	1,1111	198,6	0,2114	0,3964	0,1127	0,04817
2,5	1,645	180,0	0,2013	0,4000	0,1240	0,06413
3,0	2,250	166,4	0,1935	0,4063	0,1345	0,08164
3,5	2,917	155,8	0,1873	0,4184	0,1414	0,09038
4,0	3,636	147,4	0,1821	0,4314	0,1470	0,1028
4,5	4,402	140,4	0,1777	0,4379	0,1516	0,1149
5,0	5,208	134,4	0,1739	0,4348	0,1555	0,1251
6,0	6,923	124,9	0,1676	0,4135	0,1619	0,1420
7,0	8,750	117,4	0,1625	0,3880	0,1670	0,1572
8,0	10,67	111,4	0,1583	0,3581	0,1715	0,1690
9,0	12,66	106,3	0,1547	0,3377	0,1759	0,1833
10,0	14,71	102,1	0,1515	0,3258	0,1805	0,2011

Поскольку согласно закону Авогадро киломоль идеального газа занимает фиксированный объем ( $V_a = 22,4 \text{ м}^3$ ), для газовой смеси стехиометрического состава с объемной концентрацией  $C_{СТХ}$  и молекулярной массой  $\mu_{\Gamma}$  горючей компоненты массы  $M$  запишем приближенную формулу для объема облака  $V_0 = V_a \nu M / (\mu_{\Gamma} C_{СТХ})$ .

Значение коэффициента  $\nu$  принимают в зависимости от способа хранения продукта:  $\nu = 1$  – для газов при атмосферном давлении;  $0,5$  – для газов, сжиженных под давлением;  $0,1$  – для газов, сжиженных охлаждением;  $0,02$ – $0,07$  – при растекании легковоспламеняющихся жидкостей [6].

Реализуемый режим взрывного превращения зависит от состава топлива в газозвушной смеси, условий формирования облака ГВС и местных условий, влияющих на распространение взрывной волны. Для определения ожидаемого режима взрывного превращения в [7] рекомендуется использовать экспертные данные, приведенные в табл. 1.3. Шести режимам взрывного превращения, зависящим от класса смеси (ГВС) и вида окружающего пространства, соответствуют следующие диапазоны скоростей  $V_{\Gamma}$  фронта пламени:

- 1 – детонация или горение с  $V_{\Gamma} \geq 500 \text{ м/с}$ ;
- 2 – дефлаграция,  $V_{\Gamma} = 300\text{--}500 \text{ м/с}$ ;
- 3 – дефлаграция,  $V_{\Gamma} = 200\text{--}300 \text{ м/с}$ ;
- 4 – дефлаграция,  $V_{\Gamma} = 150\text{--}200 \text{ м/с}$ ;
- 5 – дефлаграция [38]  $V_{\Gamma} = 43M^{1/6} \text{ м/с}$ ;
- 6 – дефлаграция [38]  $V_{\Gamma} = 26M^{1/6} \text{ м/с}$ ,

где  $M$  – масса горючего в облаке, кг.

Таблица 1.3. Экспертные данные определения одного из шести режимов взрывного превращения горючей смеси

Класс смеси	Вид окружающего пространства			
	1	2	3	4
1	1	1	2	3
2	1	2	3	4
3	2	3	4	5
4	3	4	5	6

Классификация горючих смесей по взрывоопасным свойствам такова:

класс 1 – особо чувствительные вещества,

класс 2 – чувствительные вещества,

класс 3 – среднечувствительные вещества,

класс 4 – слабочувствительные вещества.

Коэффициент  $\beta$  используют для приближенной оценки теплоты сгорания топлива в газовой смеси  $q_T \cong 44\beta$ , МДж/кг.

Окружающее пространство разделено на виды по степени загроможденности.

Вид 1. Наличие длинных труб, полостей, каверн, заполненных горючей смесью, при сгорании которой можно ожидать формирование турбулентных струй продуктов сгорания.

Вид 2. Сильнозагроможденное пространство: наличие полузамкнутых объемов, высокая плотность размещения технологического оборудования, лес, большое количество повторяющихся препятствий.

Таблица 1.4. Классификация горючих смесей по степени чувствительности к взрывному превращению

Вещество (класс 1)	$\beta$	Вещество (класс 1)	$\beta$
Ацетилен	1,10	Метилацетилен	1,05
Винилацетилен	1,03	Нитрометан	0,25
Водород	2,73	Окись этилена	0,62
Гидразин	0,44	Этилнитрат	0,30
Изопропилни траг	0,41		
Вещество (класс 2)	$\beta$	Вещество (класс 2)	$\beta$
Бутан	1,04	Пропилен	1,04
Бутилен	1,00	Сероуглерод	0,32
Бутадиен	1,00	Этан	1,08
1,3 пентадиен	1,00	Этилен	1,07
Пропан	1,05	Окись пропилена	0,70
Вещество (класс 3)	$\beta$	Вещество (класс 3)	$\beta$
Ацетон	0,65	Сероводород	0,34
Бензин	1,00	Спирты: метиловый	0,52
Гексан	1,00	этиловый	0,62
Изооктан	1,00	Сжижен. природный газ	1,00
Пиридин	0,77	Циклопропан	1,00
Вещество (класс 4)	$\beta$	Вещество (класс 4)	$\beta$
Аммиак	0,42	Метан	1,14
Бензол	0,88	Метилбензол	1,00
Дизтопливо	1,00	Метилмеркаптан	0,53
Керосин	1,00	Дихлорэтан	0,25

Вид 3. Среднезагроможденное пространство: отдельно стоящие технологические установки, резервуарный парк.

Вид 4. Слабозагроможденное и свободное пространство.

Давление на фронте детонационной волны в газовых смесях может достигать 2 МПа, а при взаимодействии с конструкциями в помещениях вследствие многократных отражений – доходить до 10 МПа.

### 1.2.1. ДЕТОНАЦИОННЫЙ ВЗРЫВ

Параметры детонационной волны в процессе распространения в пределах облака существенно не меняются. При выходе за пределы облака расширяющиеся продукты детонации (ПД) возбуждают воздушную ударную волну. На рис. 1.5 схематически показано изменение максимума давления по координате при взрыве ГВС в сравнении со взрывом заряда конденсированного ВВ.

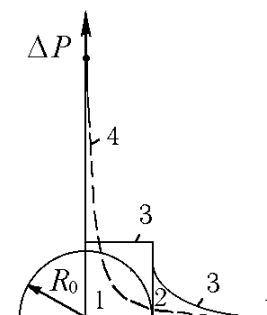


Рис. 1.5. Схема взрыва ГВС и изменения давлений  $\Delta P$  по координате  $R$ : 1 — область облака ГВС с радиусом  $R_0$ , 2 — зона разлета ПД и воздушной ударной волны ( $R > R_0$ ), 3 — изменение давлений для взрыва ГВС, 4 — изменение давлений для взрыва заряда конденсированного ВВ

Для расчета поражающего действия взрывов ГВС определяют параметры детонационной волны расширяющихся ПД и воздушной ударной волны.

При взрыве ГВС с теплотой взрыва  $Q_m$ , Дж/кг, детонационная волна распространяется со скоростью  $D$ , м/с,

$$D = \sqrt{2(\gamma^2 - 1) Q_m},$$

то есть время полной детонации облака  $t_b$ , с, равно

$$t_b = R_0/D.$$

Максимум избыточного давления на фронте детонационной волны (химический пик)

$$\Delta P_1 = 4(\gamma - 1) Q_m \rho_{\text{СТХ}} - P_0.$$

Через весьма малый интервал времени  $\tau$  давление в детонационной волне уменьшается в 2 раза (так называемая точка Жуге)

$$\Delta P_2 = 2(\gamma - 1) Q_m \rho_{\text{СТХ}} - P_0 = \rho_{\text{СТХ}} D^2 / (\gamma + 1) - P_0.$$

Время  $\tau$  порядка десятков микросекунд — длительность превращений в зоне химической реакции, то есть перехода от адиабаты исходного вещества к адиабате продуктов детонации.

Изменение давления во времени для детонационной волны на расстоянии  $R \leq R_0$  от центра взрыва в интервале  $0 < t \leq \tau_{\text{эф}}$  можно аппроксимировать треугольником  $\Delta P(t) = \Delta P_2(1 - t/\tau_{\text{эф}})$  с эффективным временем действия  $\tau_{\text{эф}}$ . При наличии плоской вертикальной преграды давление нормального отражения  $\Delta P_{\text{отр}}$  при  $R < R_0$  может достигать значения  $\Delta P_{\text{отр}} = 2,5\Delta P_2$ .

Параметры ударной волны на расстояниях, превышающих начальный размер облака, определяют в функции параметра  $\lambda = \lambda(R, E)$  [7]

$$\lambda = R/\sqrt[3]{E} \quad (\lambda \geq \lambda_{\text{кр}} = 0,33).$$

Здесь  $R$  — расстояние от центра взрыва облака вблизи земной поверхности, м;  $\lambda_{\text{кр}}$  — значение параметра  $\lambda$  на границе облака;  $E$ , МДж, — эффективный энергозапас, определяемый удельной теплотой  $q_{\Gamma}$  взрывного превращения топлива в облаке:

$$E = 2M \cdot q_{\Gamma}, \quad q_{\Gamma} = 44 \beta,$$

где  $M$  — масса топлива, кг;  $\beta$  — коэффициент, характеризующий тип топлива (табл. 1.4).

Амплитуда избыточного давления на фронте проходящей ударной волны  $\Delta P_+$ , кгс/см<sup>2</sup> ( $P_0 = 1$  кгс/см<sup>2</sup> — атмосферное давление):

$$P_+^* \equiv \Delta P_+ / P_0 = \exp[0,299 - 2,058 \ln \lambda + 0,26(\ln \lambda)^2].$$

Импульс фазы сжатия  $J_+$ , кгс·с/см<sup>2</sup>:

$$J_+^* \equiv J_+ / \sqrt[3]{E} = 10^{-3} \cdot \exp[-0,843 - 0,932 \ln \lambda - 0,037(\ln \lambda)^2].$$

Длительность фазы сжатия  $\tau_+$ , с:

$$\tau_+^* \equiv \tau_+ / \sqrt[3]{E} = 10^{-3} \cdot \exp[0,106 + 0,448 \ln \lambda - 0,026(\ln \lambda)^2].$$

Параметры отраженной детонационной волны по нормали от твердой стенки определяют по формулам:

давление отражения  $\Delta P_{r+}$ , кгс/см<sup>2</sup>:

$$P_{r+}^* \equiv \Delta P_{r+} / P_0 = \exp[1,264 - 2,056 \ln \lambda + 0,211(\ln \lambda)^2],$$

импульс фазы сжатия  $J_{r+}$ , кгс·с/см<sup>2</sup>:

$$J_{r+}^* \equiv J_{r+} / \sqrt[3]{E} = 10^{-3} \cdot \exp[-0,07 - 1,033 \ln \lambda + 0,045(\ln \lambda)^2],$$

длительность фазы сжатия  $\tau_{r+}$ , с:

$$\tau_{r+}^* \equiv \tau_{r+} / \sqrt[3]{E} = 10^{-3} \cdot \exp[-0,109 + 0,983 \ln \lambda - 0,23(\ln \lambda)^2].$$

Если величина  $\lambda$  окажется менее 0,33, то параметры ударной волны становятся независимыми от расстояния и определяются по приведенным выше формулам при подстановке в них  $\lambda_* = 0,33$ , что соответствует давлению  $\Delta P_+ / P_0 = 18$ .

### 1.2.2. ДЕФЛАГРАЦИОННЫЙ ВЗРЫВ

Параметры взрывной волны при дефлаграции в функции параметра  $\lambda_d = \lambda_d(R, E, P_0)$  [7]

$$\lambda_d = R / \sqrt[3]{E/P_0} \quad (\lambda_d > \lambda_{d,кр} = 0,73251).$$

Амплитуда избыточного давления  $\Delta P_{def}$ , кгс/см<sup>2</sup>:

$$P_{def}^*(\lambda_d) \equiv \Delta P_{def} / P_* = F_p(\lambda_d),$$

$$F_p(\lambda_d) = 1,788/\lambda_d - 0,65/\lambda_d^2,$$

$$P_* = P_0(V_\Gamma/C_0)^2(\sigma - 1)/\sigma.$$

Импульс фазы сжатия  $J_{def}$ , кгс·с/см<sup>2</sup>:

$$J_{def}^* \equiv J_{def} / J_* = F_J(\lambda_d),$$

$$F_J(\lambda_d) = 0,1293/\lambda_d + 0,0464/\lambda_d^2 - 0,025/\lambda_d^3,$$

$$J_* = 10(0,1P_0)^{2/3} \frac{V_\Gamma E^{1/3}}{C_0^2} \cdot \frac{\sigma - 1}{\sigma} \left( 1 - 0,4 \frac{V_\Gamma}{C_0} \cdot \frac{\sigma - 1}{\sigma} \right),$$

где  $V_\Gamma$  – скорость видимого фронта пламени,  $\sigma$  – степень расширения продуктов сгорания,  $C_0$  – скорость звука в воздухе при атмосферном давлении  $P_0$ .

Подставив значения  $P_0 = 1$  кгс/см<sup>2</sup>,  $C_0 = 340$  м/с,  $\sigma = 7$ , перепишем формулы для  $P_*$  и  $J_*$ , в которых  $V_\Gamma$  в м/с, а  $E$  в МДж:

$$P_* = 7,414 \cdot 10^{-6} V_\Gamma^2, \quad J_* = 1,6 \cdot 10^{-5} V_\Gamma E^{1/3} (1 - 1,0084 \cdot 10^{-3} V_\Gamma).$$

При  $\lambda_d \leq \lambda_{d,кр}$  параметры взрывной волны не зависят от координаты, и в расчете используются те же формулы с подстановкой значения  $\lambda_d = \lambda_{d,кр}$ . Для приближенной оценки длительности фазы сжатия можно применить формулу  $\tau = 2 J_{def} / \Delta P_{def}$ .

### 1.2.3. ТЕПЛОВАЯ РАДИАЦИЯ ПРИ ДЕФЛАГРАЦИИ

Воспламеняющее и поражающее действие огненного шара, возникающего при дефлаграции, определяется параметрами его теплового излучения: интенсивностью теплового потока  $q$  и импульсом теплового излучения  $Q$ .

Интенсивность  $q$ , кВт/м<sup>2</sup>, огненного шара равна [8, приложение «Д»]

$$q = E_f F_q \cdot \mu,$$

где  $E_f$  – среднеповерхностная плотность теплового излучения пламени (допускается принимать  $450 \text{ кВт/м}^2$ );  $F_q$  – угловой коэффициент облученности;  $\mu$  – коэффициент пропускания атмосферы.

Коэффициент  $F_q$  при  $H = D_s/2$  определяют по формуле

$$F_q = \frac{1}{4} [1 + (R/D_s)^2]^{-3/2},$$

где  $H$  – высота центра огненного шара (допускается принимать  $H = D_s/2$ ), м;  $D_s = 5,33M^{0,327}$  – его эффективный диаметр, м;  $M$  – масса горючего вещества, кг;  $R$  – расстояние от облучаемого объекта до точки на поверхности земли под центром огненного шара, м.

Коэффициент пропускания равен

$$\mu = \exp \left[ -7 \cdot 10^{-4} \left( \sqrt{R^2 + H^2} - \frac{1}{2} D_s \right) \right].$$

Импульс  $Q$ , кДж/м<sup>2</sup>, определяется длительностью  $t_s$  существования огненного шара  $t_s = k \sqrt[3]{M}$ ,  $k \approx 0,357$ :

$$Q = q \cdot t_s.$$

Минимальная величина импульса, вызывающего воспламенение древесных материалов, составляет примерно  $400 \text{ кДж/м}^2$ .

### 1.3. СХЕМАТИЗАЦИЯ ОСНОВНЫХ НАГРУЗОК

По приведенным выше данным определяют значения параметров основных нагрузок, широко используемых в приближенных прочностных расчетах сооружений (рис. 1.6). Это – нагрузки с ударным фронтом и с постепенным нарастанием давления до максимума. Треугольная нагрузка «1» соответствует прямому действию ударной волны на конструктивный элемент. Нагрузка с нарастанием «2» представляет действие волны сжатия на заглубленную конструкцию. На возвышающиеся над поверхностью грунта конструкции действует двухфазная нагрузка «3»: дифракции и квазистационарного обтекания. Причем первая фаза может быть аппроксимирована мгновенным импульсом: то есть при расчете – заменой на схему «1» с приданием конструкции начальной скорости, вызванной импульсом. На рисунке под  $q$  подразумевается избыточное давление или средняя изменяющаяся нагрузка.

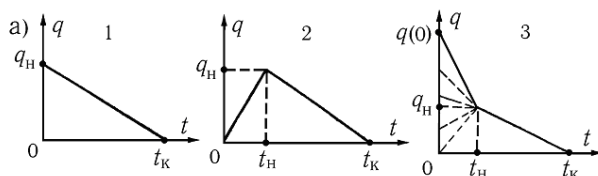


Рис. 1.6. Схемы нагрузок на элементы сооружений: 1 – от ударной волны, 2 – от волны сжатия в грунте, 3 – от ударной волны с учетом дифракционного обтекания объекта

## ГЛАВА 2. ДИНАМИЧЕСКАЯ ПРОЧНОСТЬ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СООРУЖЕНИЙ

При проектировании защитных сооружений проводят их расчет на действие взрывных нагрузок от воздушной ударной волны и волны сжатия, распространяющейся в грунте. Основные конструктивные формы убежищ – сооружения прямоугольного типа (рамы) и криволинейного типа (кольца, арки и рамы практического очертания). При взрывном воздействии на заглубленное сооружение возникает сложная дифракционная картина взаимодействия волн сжатия в грунте с сооружением, и расчет обычно ведется на ПК по специальным программам. То есть проводят комплексный анализ процесса, дающий систему переменных во времени нагрузок взаимодействия, параметры движения и напряженно-деформированного состояния объекта с контролем прочности сравнением с нормативными показателями предельных состояний.

Конструктивные элементы сооружений часто рассчитывают «ручным способом» по статическим нагрузкам, эквивалентным динамическим, с применением коэффициентов динамичности. Ниже рассмотрены методы оценки прочности конструктивных элементов и сооружений на действие расчетных нагрузок как от боевых средств, так и от аварийных нагрузок.

### 2.1. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОЧНОСТИ УПРУГИХ КОНСТРУКЦИЙ

Наиболее популярным в проектировании методом оценки динамической прочности сооружений является метод расчета их конструктивных элементов на эквивалентные статические нагрузки. Этот метод применим при условии, что сооружение допускает схемное расчленение на простые конструктивные элементы (конструкции), не взаимодействующие или слабо взаимодействующие между собой, то есть нагружаемые и работающие практически независимо, и для этих элементов и нагрузок пользователь располагает справочными данными о коэффициентах динамичности. Коэффициенты динамичности получают решением уравнений динамики сооружений, представляя экстремумы безразмерных искомым функций – функций динамичности  $D$ . Функции  $D$  представляют отношения изменений со временем искомым кинематических и силовых величин к соответствующим статическим параметрам от действия динамической нагрузки.

При использовании этого метода поступают следующим образом. Сооружение расчленяют на балки и плиты, работающие на поперечный изгиб, центрально и внецентренно сжатые колонны, кольцевые и арочные конструкции, фиксируя схемы их опорных закреплений. Для упругих конструкций выполняют обычный статический расчет на эквивалентную статическую нагрузку  $P_{\text{экр}}$ , равную произведению амплитуды  $q_m$  заданной динамической нагрузки на взятый из справочной литературы безразмерный коэффициент динамичности  $K_d$ :

$$P_{\text{экр}} = K_d \cdot q_m.$$

Коэффициент  $K_d$  зависит от безразмерных параметров, характеризующих конструкцию и вид нагрузки. Например, для однопролетных упругих балочных конструкций параметром, представляющим конструкцию и материал, является основная частота собственных колебаний  $\omega$ . При равномерной по пролету нагрузке и ее изменении со временем  $t$  по закону треугольника  $q = q_m(1 - t/t_k)$  форму нагрузки фиксирует один параметр – время действия  $t_k$ . То есть коэффициент  $K_d$  будет функцией только одной безразмерной величины  $K_d = K_d(S_k)$ ,  $S_k = \omega t_k$ . Для нагрузки с линейным нарастанием до максимума за время  $t_n$  и линейным спадом до нуля к моменту  $t_k$  коэффициент  $K_d$  зависит от двух параметров  $K_d = K_d(S_k, S_n)$ , где  $S_n = \omega t_n$ . Функциональные зависимости для коэффициентов динамичности называют ударными спектрами.

#### 2.1.1. УДАРНЫЕ СПЕКТРЫ КОНСТРУКЦИЙ

Поскольку для упругих систем все параметры напряженно-деформированного состояния пропорциональны нагрузке, коэффициент  $K_d$  представляет отношения всех динамических параметров – прогиба, внутренних усилий, напряжений и деформаций – к соответствующим статическим значениям. При совместном действии на конструкцию

удара и взрыва или ударной волны большой длительности (при взрывах больших масс ВВ или ядерных боеприпасов), нагрузка представима комбинацией кратковременного импульса, – вследствие дифракции волны на объекте, – и квазистационарного давления, убывающего со временем. В этом случае для функции  $K_D$  вводят дополнительный аргумент, характеризующий величину импульса.

Зависимости для  $K_D$  упругих систем и распространенных взрывных нагрузок представляют графиками ударных спектров. Обычно данные по коэффициентам  $K_D$  в справочной литературе основаны на решении уравнений динамики конструкций, приведенных к системе с одной степенью свободы. Для повышения точности расчетов коэффициенты динамичности могут быть взяты из решения уравнений динамики сооружений как систем с распределенными параметрами.

Привлекательность расчета на эквивалентные статические нагрузки состоит в том, что по существу «динамический расчет» заменяется статическим, позволяя применять соотношения сопротивления материалов, строительной механики и даже теории упругости, тогда как частотные характеристики и значения коэффициентов динамичности принимают по готовым справочным данным. Следует, однако, иметь в виду, что при перенесении результатов расчета на реальные конструкции точность оценок не во всех случаях может быть высокой, поскольку при расчленении сооружения не всегда удается назначить традиционные граничные условия (закрепления) конструкции, соответствующие реальным связям элементов. Кроме того, реальное взаимодействие элементов в динамике может заметно изменить распределение внутренних усилий в сравнении с распределением в условиях независимости деформаций. Метод также не позволяет с высокой точностью учесть реальные условия взаимодействия с сооружением ударных и сейсмозрывных волн, как правило являющихся подвижными.

Расчет на динамические нагрузки выполняют с учетом начальных статических напряжений  $\sigma_{НАЧ}$ . При этом независимый расчет на статику и динамику с суммированием деформаций и внутренних усилий справедлив при упругой работе конструкции, если сумма эквивалентных напряжений  $\sigma_{СУМ}$  от статической  $\sigma_{НАЧ}$  и динамической  $\sigma$  нагрузок в опасных точках конструкции не превысит динамический предел текучести:  $\sigma_D$ , то есть  $\sigma_{СУМ} = \sigma_{НАЧ} + \sigma < \sigma_D$ . При  $\sigma_{НАЧ} < 0,2\sigma_T$ , где  $\sigma_T$  – статический предел текучести металла, динамический расчет обычно ведут без учета начальных напряжений.

Ударные спектры для упругих конструкций (балок и плит) и нагрузок по схемам 1.6 приведены на рис. 2.1–2.4, в которых обозначено:  $\omega$  – основная частота конструкции,  $\Phi$  – отношение амплитуд дифракционной и стационарной нагрузок.

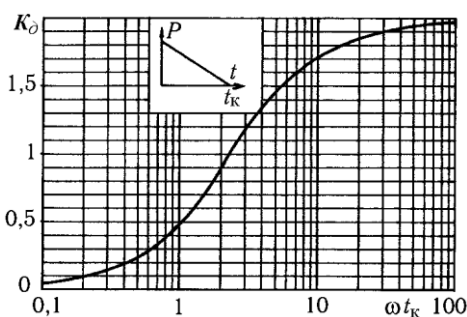


Рис. 2.1. Спектр смещений для упругой системы и треугольного импульса с вертикальным фронтом

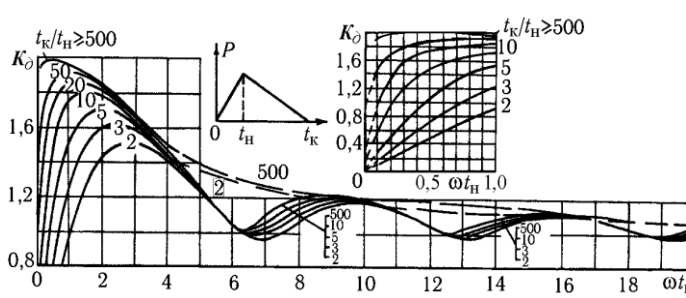


Рис. 2.2. Спектр смещений для упругой системы и треугольного импульса с линейным нарастанием, а затем спадом нагрузки (штриховые линии – огибающие для значений  $t_k/t_H = 2$  и 500)

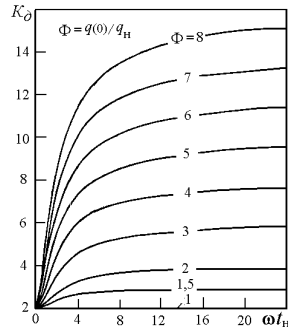


Рис. 2.3. Спектры смещений для упругой системы и дифракционных нагрузок по рис. 1.6,(3) при  $\omega t_k \rightarrow \infty$

Ударный спектр упругой системы под совместным действием удара и взрыва приведен на рис. 2.4 в виде функций  $K_d = y_m/y_q = D_m(\dot{D}_0, S_k)$ ;  $\dot{D}_0 = \omega I/q_n$ ;  $y_q = q_n/C$ , где  $D_m$  – экстремум функции динамичности (коэффициент  $K_d$ );  $q_n$  – амплитуда нагрузки;  $I$  – начальный импульс;  $C$  – жесткость системы;  $y_m$  – максимум прогиба в момент времени  $t_m$ , соответствующий торможению системы  $\ddot{D}(S_m) = 0$ ,  $\omega t_m = S_m(D_m, S_k)$ . В общем случае векторы  $q_n$  и  $I$  могут иметь различные направления, поэтому следует различать положительные и отрицательные значения коэффициентов  $K_d$ . На графиках учтены оба случая  $q_n > 0$  и  $q_n < 0$ , причем для второго случая противоположных направлений импульса и нагрузки следует оценивать положительную ( $K_d > 0$ ) и отрицательную ( $K_d < 0$ ) амплитуды колебаний. Если считать, что  $q_n > 0$ , то при  $q_n < 0$  положительная амплитуда определяется серией кривых В, а отрицательная амплитуда – серией кривых С. Случаю  $q_n > 0$  соответствует серия кривых А, ограниченных слева линией n–n; случаю  $q_n < 0$  соответствует серия кривых В для  $K_d > 0$  и серия С для  $K_d < 0$ . При расчете на эквивалентную статическую нагрузку используется четыре исходных параметра  $q_n, I, t_k$  и  $\omega$ .

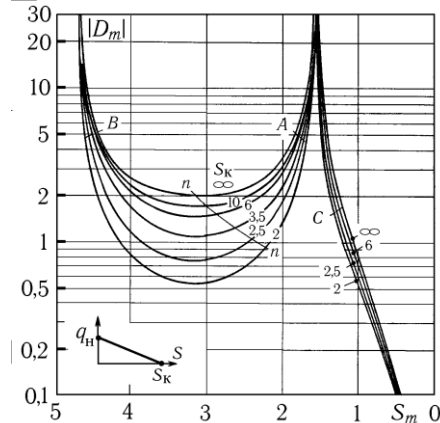
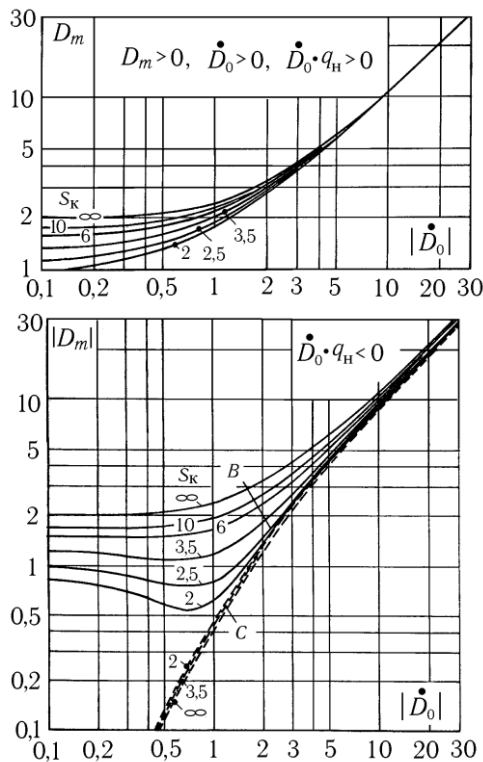


Рис. 2.4. Ударный спектр  $D_m$  и времена  $S_m$  упругой системы для треугольной нагрузки в комбинации с ачальным мгновенным импульсом – для расчета на совместное действие удара и взрыва и на действие воздушных ударных волн большой длительности с учетом дифракционного нагружения объекта.

### 2.1.2. СТАТИКА КОНСТРУКЦИЙ

Для прочностного расчета на эквивалентные статические нагрузки необходимо располагать соотношениями для статического расчета и данными по частотам конструктивных элементов. Далее рассмотрены изотропные прямоугольные плиты на основе соотношений для пластин и толстых плит, а также однопролетные балки из железобетона. Пластины толщиной до 1/5 наименьшего размера основания и упругий прогиб которых не превышает 1/5 наименьшего размера относят к жестким пластинам. Полагают, что в



жестких пластинах поперечный изгиб не вызывает заметных осевых удлинений и цепных усилий, которыми можно пренебречь.

Пластины толщиной более  $1/5$  наименьшего размера относят к толстым плитам. Прогиб равномерно нагруженной прямоугольной шарнирноопертой по контуру толстой плиты (в которой для сторон принято  $b \geq a$ , рис. 2.5,а) равен [9]

$$y_m = y_0 [1 + \frac{1}{4} \alpha_1 (h/a)^2],$$

где  $y_0$  – стрела прогиба, определяемая по формуле для пластинок,  $\alpha_1$  – коэффициент, принимаемый по следующей таблице

$b/a$	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	3,0	4,0	5,0	$\infty$
$\alpha_1$	1,18	0,98	0,87	0,80	0,75	0,72	0,64	0,62	0,61	0,61

Нормальные напряжения при изгибе плит до  $h/b \leq 1/3$  также определяют по формулам для пластинок.

Далее приведены соотношения для максимальных значений прогибов и силовых факторов в жестких пластинках с коэффициентом Пуассона  $\mu = 0,3$  под действием равномерно распределенной статической (эквивалентной) нагрузки  $p$  (рис. 2.5,а).

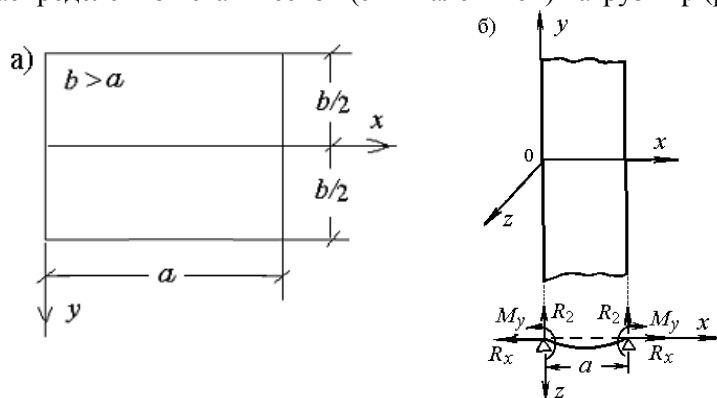


Рис. 2.5. Схемы к расчету поперечного изгиба плит

Для пластинок, шарнирно опертых по контуру, максимальные значения прогиба и силовых факторов находят по формулам [10]:

прогиб в центре плиты ( $x = a/2, y = 0$ )

$$Y_m = C_5 Pa^4 / D ;$$

изгибающие моменты в центре плиты ( $x = a/2, y = 0$ )

$$(M_x)_m = C_6 Pa^2, (M_y)_m = C_7 Pa^2 ;$$

поперечная сила в центре опорной грани ( $x = 0, y = 0$ )

$$(Q_x)_m = C_8 Pa ;$$

поперечная сила в центре опорной грани ( $x = a/2, y = -b/2$ )

$$(Q_y)_m = C_9 Pa ;$$

опорная реакция в центре опорной грани ( $x = 0, y = 0$ )

$$(R_x)_m = C_{10} Pa ;$$

опорная реакция в центре опорной грани ( $x = a/2, y = -b/2$ )

$$(R_y)_m = C_{11} Pa ,$$

где  $C_i$  ( $i = 5-11$ ) – коэффициенты, принимаемые в зависимости от отношения  $b/a$  по табл. 2.1.

Изгибающие моменты от разности температур  $T$  на верхней и нижней плоскостях пластины при линейном изменении температуры по толщине  $h$  пластины ( $x=0, x=a; y=\pm b/2$ )

$$(M_x)_m = (M_y)_m = \frac{1}{12} E h^2 \alpha_t T,$$

где  $\alpha_t$  – коэффициент температурного расширения материала (для стали  $\alpha_t = 1,21 \cdot 10^{-5}$  1/град).

**Таблица 2.1.** Коэффициенты в формулах для прогибов, изгибающих моментов, поперечных сил и опорных реакций равномерно нагруженной прямоугольной плиты, шарнирноопертой по контуру

$\frac{b}{a}$	$C_5$	$C_6$	$C_7$	$C_8$	$C_9$	$C_{10}$	$C_{11}$
1,0	0,00406	0,0479	0,0479	0,338	0,338	0,420	0,420
1,1	0,00465	0,0554	0,0493	0,360	0,347	0,440	0,440
1,2	0,00564	0,0627	0,0501	0,380	0,353	0,455	0,453
1,3	0,00638	0,0694	0,0503	0,397	0,357	0,468	0,464
1,4	0,00705	0,0755	0,0502	0,411	0,361	0,478	0,471
1,5	0,00772	0,0812	0,0498	0,424	0,363	0,486	0,480
1,6	0,00830	0,0862	0,0492	0,435	0,365	0,491	0,485
1,7	0,00883	0,0908	0,0486	0,444	0,367	0,496	0,488
1,8	0,00931	0,0948	0,0479	0,452	0,368	0,499	0,491
1,9	0,00974	0,0985	0,0471	0,459	0,369	0,502	0,494
2,0	0,01013	0,1017	0,0464	0,465	0,370	0,503	0,496
3,0	0,01223	0,1189	0,0406	0,493	0,372	0,505	0,498
4,0	0,01282	0,1235	0,0384	0,498	0,372	0,502	0,500
5,0	0,01297	0,1246	0,0375	0,500	0,372	0,501	0,500
$\infty$	0,01302	0,1250	0,0375	0,500	0,372	0,500	0,500

Для пластинок, защемленных по контуру, максимальные значения прогибов и изгибающих моментов находят по формулам, приведенным в табл. 2.2.

**Таблица 2.2.** Прогибы в центре ( $x=a/2, y=0$ ) равномерно нагруженной пластинки, защемленной по контуру; изгибающие моменты в центрах граней размером  $b$  ( $x=a, y=0$ ), в центрах граней размером  $a$  ( $x=a/2, y=b/2$ ) и в центре пластинки ( $x=a/2, y=0$ )

$\frac{b}{a}$	$x=a/2; y=0$	$x=a; y=0$	$x=a/2; y=b/2$	$x=a/2; y=0$	
	$Y_m=C_1 P a^4/D$	$(M_x)_m=C_2 P a^2$	$(M_y)_m=C_3 P a^2$	$(M_x)_m=C_4 P a^2$	$(M_y)_m=C_5 P a^2$
	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$
1,0	0,00126	-0,0513	-0,0513	0,0231	0,0231
1,1	0,00150	-0,0581	-0,0538	0,0264	0,0231
1,2	0,00172	-0,0639	-0,0554	0,0299	0,0228
1,3	0,00191	-0,0687	-0,0563	0,0327	0,0222
1,4	0,00207	-0,0726	-0,0568	0,0349	0,0212
1,5	0,00220	-0,0757	-0,0570	0,0368	0,0203
1,6	0,00230	-0,0780	-0,0571	0,0381	0,0193
1,7	0,00238	-0,0799	-0,0571	0,0392	0,0182
1,8	0,00245	-0,0812	-0,0571	0,0401	0,0174
1,9	0,00249	-0,0822	-0,0571	0,0407	0,0165
2,0	0,00254	-0,0829	-0,0571	0,0412	0,0158
$\infty$	0,00260	-0,0833	-0,0571	0,0417	0,0125

Максимальные (на поверхности пластинки) нормальные напряжения  $\sigma$  на единицу ширины сечения определяются по формулам

$$(\sigma_x)_m = \frac{6(M_x)_m}{h^2}; \quad (\sigma_y)_m = \frac{6(M_y)_m}{h^2}.$$

Максимумы прогиба  $Y_m$  и нормального напряжения  $\sigma_{1/2}$  в центре пролета шарнирно-опертой балки

$$Y_m = \frac{5ql^4}{384E_1J}, \quad \sigma_{1/2} = \frac{M_{1/2}}{W}, \quad M_{1/2} = \frac{1}{8}ql^2.$$

Максимумы прогиба в центре  $Y_m$  и нормального напряжения в опорных сечениях  $\sigma_0$  и в центре пролета  $\sigma_{1/2}$  защемленной по концам балки

$$Y_m = \frac{ql^4}{384E_1J}, \quad \sigma_0 = \frac{M_0}{W}, \quad M_0 = \frac{1}{12}ql^2, \quad \sigma_{1/2} = \frac{M_{1/2}}{W}, \quad M_{1/2} = \frac{1}{24}ql^2,$$

$q$  – погонная нагрузка,  $W$  – момент сопротивления сечения.

### 2.1.3. ОСНОВНЫЕ ЧАСТОТЫ КОНСТРУКЦИЙ

Для упругих изотропных прямоугольных плит по формулам жестких пластин основная круговая частота  $\omega$  определяется по формуле [11]

$$\omega = (\alpha/a)^2 \sqrt{D/m},$$

$$D = \frac{1}{12}Eh^3/(1-\mu^2),$$

где  $D$  – цилиндрическая жесткость пластины шириной  $a$ ;  $\alpha$  – коэффициент, зависящий от типа опорных закреплений;  $m$  – масса на единицу площади пластины со сторонами  $a \times b$  толщиной  $h$ ;  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

Значение коэффициента  $\alpha^2$  определяется по формулам:

для плит, свободно опертых по контуру,  $\alpha^2 = \pi^2(1 + a^2/b^2)$ ;

для плит с защемленным опорным контуром  $\alpha^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}4\pi^2\sqrt{1 + \frac{2}{3}(a/b)^2 + (a/b)^4}$  ..

Из формул для пластин видно, что по мере уменьшения отношения  $a/b$  центральная зона плиты все протяженней по оси  $y$  приобретает деформированную форму цилиндрического изгиба (рис. 2.5,б). Значения прогибов и внутренних усилий, а также коэффициентов  $\alpha$  и основных частот приближаются к соответствующим величинам для однопролетных балок. Например, при  $a/b = 1/3$  для свободно опертых плит частота превысит балочное значение на 11%, а при  $a/b = 1/5$  – на 4%. Для плит с защемленным контуром при  $a/b = 1/3$  частота превысит балочное значение на 4%, а при  $a/b = 1/5$  – всего лишь на 1,5%.

Приведенные выше соотношения и количественные (табличные) данные соответствуют пластинам из металла с  $\mu = 0,3$ . Поскольку формулы для цилиндрического изгиба пластин отличаются от формул для балок наличием коэффициента Пуассона в выражении цилиндрической жесткости, при использовании балочных формул отношение  $E/(1-\mu^2)$  в формулах для пластин следует заменить на величину модуля Юнга материала балки  $E_1$ , то есть принять  $E/(1-\mu^2) = E_1$ .

Основная частота  $\omega$  однопролетных балок определяется по формуле

$$\omega = (\alpha_1/l)^2 \sqrt{B/m},$$

где  $\alpha_1$  – собственное число,  $l$  – пролет,  $B$  – изгибная жесткость сечения,  $m$  – погонная масса: для шарнирно-опертых балок  $\alpha_1 = \pi$ ; для балок, защемленных по концам,  $\alpha_1 = 4,73$ ; для консолей  $\alpha_1 = 1,875$ ; для изотропных балок  $B = EJ$ ,  $E$  – модуль упругости материала,  $J$  – момент инерции поперечного сечения.

### 2.1.4. БАЛОЧНЫЕ КОНСТРУКЦИИ ИЗ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА

Для балок из железобетона параметр  $B$  представляет приведенную изгибную жесткость составного сечения – с учетом характеристик бетона и арматуры, схемы и коэффициента (процента) армирования. Известный подход к определению жесткости балок из железобетона по расчетным значениям сопротивления арматуры растяжению и бетона сжатию в прочностных расчетах применять не следует. Прочностные характеристики любой упругой конструкции никакого отношения к положению нейтральной плоскости при изгибе и свойствам жесткости не имеют. Расчетные и нормативные значения напряжений материалов в опасных фибрах сечений практически не бывают достигнуты одновременно как в статически, так и в динамически нагруженных конструкциях.

В динамике при достаточно высоких скоростях деформирования, скоротечности процессов и слабом влиянии релаксационных процессов материалы – арматура и бетон в пределах упругой работы практически ведут себя как физически линейные материалы, подчиняющиеся закону Гука. Жесткость составного сечения (приведенную к одному из материалов) нужно определять по условию равновесия усилий в сечении в предположении о линейном распределении напряжений с учетом соответствующих значений модуля упругости материалов. В конструкциях под нагрузкой в связи с низким сопротивлением растягивающим напряжениям в растянутых зонах бетона возможно возникновение трещин, что приводит к снижению жесткости сечений.

С учетом указанных предположений, для прямоугольного поперечного сечения железобетонной балки с однослойным армированием в растянутой зоне приведенная к бетону изгибная жесткость  $B_{пр}$  составного сечения с трещиной (рис. 2.6), где на растяжение работает только арматура, даются формулами

$$B_{пр} = E_0 J_0 + E_1 J_1 = E_0 J_{пр},$$

$$J_{пр} = J_0 + n J_1, \quad n = E_1/E_0.$$

Здесь  $J_{пр}$  – приведенный момент инерции сечения,  $J_0$  и  $J_1$  – моменты инерции площадей сжатого бетона с модулем упругости  $E_0 = E_b$  и растянутой арматуры с модулем упругости  $E_1 = E_a$  относительно нейтральной плоскости сечения.

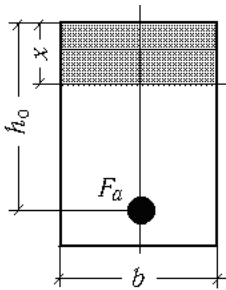


Рис. 2.6. Нормальное сечение изгибаемой железобетонной балки с трещиной при однослойном армировании

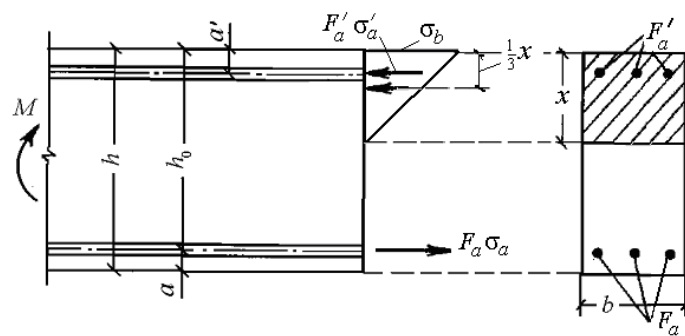


Рис. 2.7. Нормальное сечение изгибаемой железобетонной балки с трещиной при двухслойном армировании

Положение нейтральной плоскости из условия равенства нулю статического момента приведенной площади сечения  $\sum_i y(nF)_i = \frac{1}{2} b x^2 - n F_a (h_0 - x) = 0$  определяется уравнением

$$b x^2 + 2n F_a x - 2n F_a h_0 = 0,$$

где  $b$  = ширина;  $h_0$  = рабочая высота сечения;  $x$  = высота сжатой зоны бетона;  $F_a$  = площадь сечения арматуры.

Введя относительную высоту сжатой зоны бетона  $\xi = x/h_0$  и коэффициент армирования  $\mu = F_a / (b h_0)$ , запишем уравнение, в котором  $\alpha = \mu$ ,  $\xi^2 + 2\alpha \xi - 2\alpha = 0$  и его решение

$$\xi = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 2\alpha}.$$

Формулы для приведенного момента инерции сечения, напряжений в крайней фибре бетона  $\sigma_\Phi$  и в арматуре  $\sigma_a$  преобразуем к виду

$$J_{пр} = \frac{1}{2} b h_0^3 \xi^2 \left(1 - \frac{1}{3} \xi\right),$$

$$\sigma_\Phi = M / \left[\frac{1}{2} b h_0^2 \xi \left(1 - \frac{1}{3} \xi\right)\right],$$

$$\sigma_a = M / [F_a h_0 (1 - \frac{1}{3} \xi)].$$

В расчетах часто используют формулы для напряжений

$$\sigma_{\Phi} = M / W_b, \quad \sigma_a = M / W_a$$

с моментами сопротивления по бетону  $W_b$  и по арматуре  $W_a$ :

$$W_b = \frac{1}{2} b h_0^2 \xi (1 - \frac{1}{3} \xi), \quad W_a = F_a h_0 (1 - \frac{1}{3} \xi).$$

Приведенные выше формулы, соответствующие классической теории железобетона, получены без предположения о форме эпюры сжимающих напряжений, но они согласуются с распределением напряжений по треугольнику.

Значения  $\xi$  в табл. 2.3 даны для балок, армированных сталью с модулем упругости  $E_a = 2 \cdot 10^5$  МПа, из бетонов с модулями упругости: для бетона класса В30  $E_b = 3,25 \cdot 10^4$  МПа ( $n = E_a/E_b = 6,15$ ), В40  $E_b = 3,6 \cdot 10^4$  МПа ( $n = 5,56$ ) и В50  $E_b = 3,9 \cdot 10^4$  МПа ( $n = 5,13$ ).

**Таблица 2.3.** Коэффициент  $\xi$  железобетонных элементов из бетонов классов В30, В40 и В50 с однослойным армированием сталью классов А-I, А-II и А-III в зависимости от процента армирования  $\mu$

$\mu, \%$	В30	В40	В50	$\mu, \%$	В30	В40	В50
0,2	0,145	0,138	0,133	1,6	0,356	0,342	0,331
0,4	0,199	0,190	0,183	1,8	0,373	0,358	0,347
0,6	0,237	0,227	0,219	2,0	0,388	0,373	0,362
0,8	0,268	0,257	0,248	2,2	0,402	0,387	0,375
1,0	0,295	0,282	0,273	2,4	0,416	0,400	0,388
1,2	0,317	0,305	0,295	2,6	0,428	0,412	0,400
1,4	0,338	0,324	0,314	2,8	0,439	0,424	0,411

Для железобетонных балок с прямоугольным сечением и двухслойным армированием (рис. 2.7), аналогично случаю однослойного армирования, приведенная к бетону изгибная жесткость  $B_{\text{пр}}$  с приведенным моментом инерции  $J_{\text{пр}}$  составного сечения с трещиной, где на растяжение работает только арматура, равна

$$B_{\text{пр}} = E_0 J_0 + E_1 J_1 + E_1 J_2 = E_0 J_{\text{пр}},$$

$$J_{\text{пр}} = J_0 + n(J_1 + J_2).$$

Здесь  $a'$  – расстояние от оси верхней арматуры до верхней границы сечения,  $F_a$  – площадь сечения нижней арматуры,  $F'_a$  – площадь сечения верхней арматуры,  $n = E_1/E_0$  – отношение модулей упругости стали и бетона, моменты инерции относительно нейтральной плоскости сечения площадей:  $J_0$  – сжатого бетона,  $J_1$  – нижней арматуры,  $J_2$  – верхней арматуры.

Положение нейтральной плоскости из условия равенства нулю статического момента приведенной площади сечения  $\sum_i y(nF)_i = \frac{1}{2} b x^2 + nF'_a(x - a') - nF_a(h_0 - x) = 0$

определяется уравнением  $\xi^2 + 2\alpha\xi - 2\alpha' = 0$  с решением

$$\xi = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 2\alpha'}$$

где  $\alpha = n\mu_{\Sigma}$ ,  $\alpha' = n\mu'$ ,  $\mu_{\Sigma} = (F_a + F'_a)/(bh_0)$ ,  $\mu' = \eta F_a/(bh_0)$ ,  $\eta = 1 + \beta\gamma$ ,  $\beta = a'/h_0$ ,  $\gamma = F'_a/F_a$

Подставляя в формулу для  $J_{\text{пр}}$  выражения для моментов инерции составляющих  $J_0 = \frac{1}{3} b x^3$ ,  $J_1 = F_a(h_0 - x)^2$  и  $J_2 = F'_a(a' - x)^2$ , запишем формулы для приведенного момента инерции

$$J_{\text{пр}} = \frac{1}{3} b (h_0 \xi)^3 + nF_a h_0^2 [(1 - \xi)^2 + \gamma(\beta - \xi)^2].$$

и приведенной жесткости сечения

$$B_{пр} = E_0 J_{пр}$$

Формулы для напряжений

$$\sigma_{\Phi} = M/W_b, \quad \sigma_a = M/W_a, \quad \sigma'_a = M/W'_a$$

с моментами сопротивления по сжатой фибре бетона  $W_b$ , по нижней (растянутой) арматуре  $W_a$  и по верхней (сжатой) арматуре  $W'_a$

$$W_b = J_{пр}/(-h_0\xi), \quad W_a = J_{пр}/[nh_0(1-\xi)], \quad W'_a = J_{пр}/[nh_0(\beta-\xi)].$$

Зависимость  $\xi(\alpha, \alpha')$  для нормальных сечений железобетонных балок с двухслойным армированием приведена в табл. 2.4 и на рис. 2.8.

**Таблица 2.4.** Коэффициент  $\xi(\alpha, \alpha')$  железобетонных элементов с двухслойным армированием при  $\alpha'$  в диапазоне 0,005–0,25

$\alpha$	0,005	0,010	0,015	0,025	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
0,01	0,09	0,132	0,163	0,214	0,306	0,437	0,538	0,623	0,697
0,04	0,068	0,107	0,138	0,187	0,279	0,409	0,509	0,594	0,688
0,07	0,052	0,088	0,117	0,164	0,254	0,383	0,482	0,566	0,641
0,10	0,041	0,073	0,100	0,145	0,232	0,358	0,457	0,540	0,614
0,13	0,034	0,062	0,087	0,129	0,212	0,336	0,433	0,516	0,589
0,16	0,029	0,054	0,076	0,115	0,194	0,315	0,411	0,492	0,565
0,19	0,025	0,047	0,067	0,103	0,179	0,296	0,390	0,470	0,542
0,22	0,022	0,042	0,060	0,094	0,165	0,278	0,370	0,450	0,521
0,25	0,019	0,037	0,054	0,085	0,153	0,262	0,352	0,430	0,500
0,28	0,017	0,034	0,049	0,078	0,142	0,248	0,335	0,412	0,481
0,31	0,016	0,031	0,045	0,072	0,133	0,234	0,319	0,394	0,462
0,34	0,014	0,028	0,042	0,067	0,124	0,222	0,305	0,378	0,445
0,37	0,013	0,026	0,039	0,062	0,117	0,210	0,291	0,363	0,428
0,40	0,012	0,024	0,036	0,058	0,110	0,200	0,278	0,348	0,412

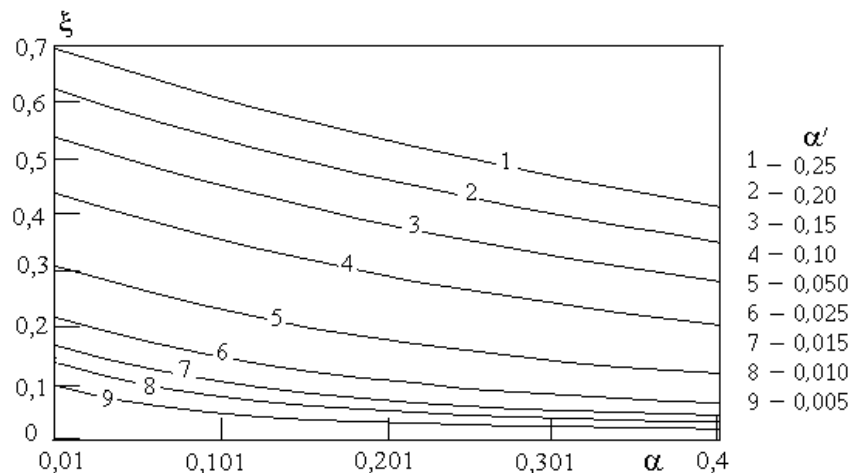


Рис. 2.8. Коэффициент  $\xi(\alpha, \alpha')$  железобетонных балок с двухслойным армированием

## 2.2. УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

В целях получения наиболее экономичных решений в динамически нагружаемых конструкциях допускают развитие неупругих деформаций и незначительных повреждений, не приводящих к заметному снижению их несущей способности. В металлических материалах могут появляться пластические деформации, а в хрупких – возникать трещины и хрупкие разрушения в зонах концентрации напряжений. Допустимые уровни повреждений нормируют параметрами предельных состояний.

При работе конструкций за пределом упругости как нелинейных систем перемещения, внутренние усилия и компоненты напряженно-деформированного состояния не пропорциональны нагрузке, и расчет на эквивалентные статические нагрузки проводят с применением для искомых параметров различных коэффициентов динамичности

$$A_{di} = K_i \cdot A_{si},$$

где  $A_{di}$  – амплитуда искомого  $i$ -го динамического параметра конструкции,  $A_{si}$  – значение этого параметра статического нагружения конструкции, величина которой равна амплитудному значению динамической нагрузки,  $K_i$  – коэффициент динамичности соответствующего параметра (прогиба, момента, поперечной силы, деформации и др.).

Коэффициенты динамичности находят решением нелинейных уравнений динамики сооружений, основанных на предполагаемой переходной за предел упругости формой деформации (которую часто именуют «формой разрушения») конструкции и динамических характеристиках конструкционных материалов.

Динамические свойства материалов устанавливают экспериментально. Известен ряд подходов к интерпретации экспериментальных фактов динамического поведения конструкционных материалов и построению соответствующих нелинейных математических моделей, оснащаемых набором материальных констант и аппроксимирующих функций. Обычно объем материальной информации растет по мере улучшения качества модели, то есть ее адекватности реальным свойствам. Как следствие – для нелинейных систем и сложной нагрузки коэффициенты  $K_d$  представляют функциями некоторого числа безразмерных величин, составленных из набора материальных констант.

### 2.2.1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ ПРОЧНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ

Формы разрушения и предельные состояния конструкций определяют экспериментально [51, 52] в ударной трубе, генерирующей ударные волны, и на специальных стендах (рис. 2.9).

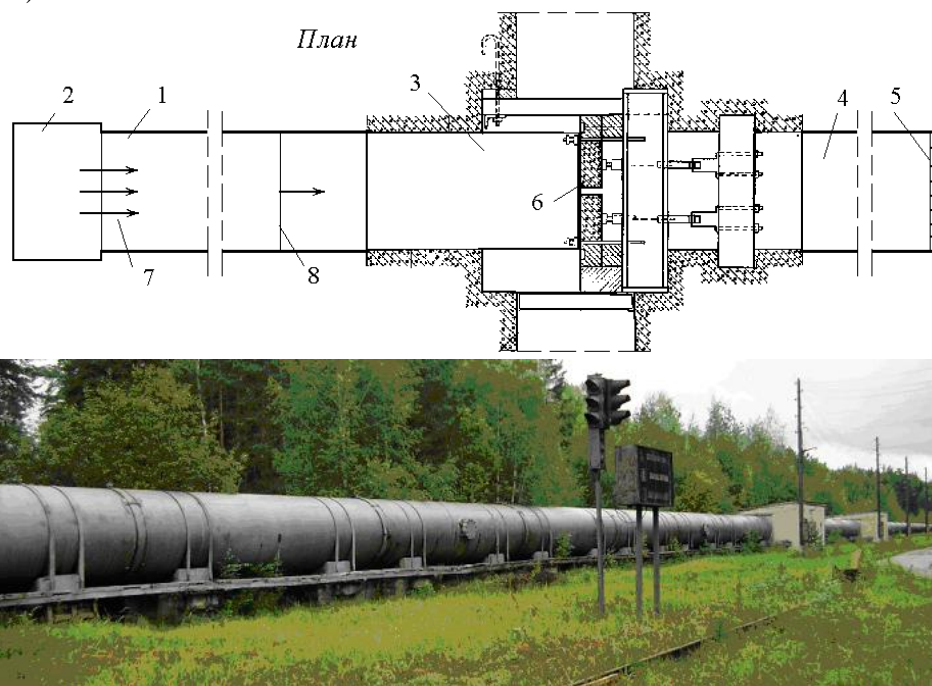


Рис. 2.9. Схема испытаний железобетонных балок в испытательном стенде ударной трубы – генерирующей ударные волны: 1 – волновод; 2 – блок генераторов ударной волны; 3 – стенд для установки объекта испытаний; 4 – оконечная часть волновода; 5 – перфорированный отражатель; 6 – опытная конструкция, установленная для испытаний на действие отраженной ударной волны; 7 – струи сжатого или горящего газа; 8 – сформировавшийся фронт ударной волны

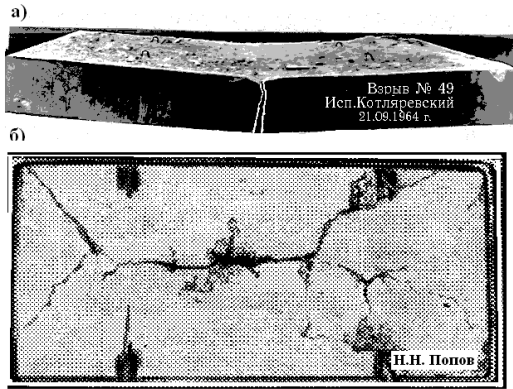


Рис. 2.10. Типичные формы разрушения однопролетных железобетонных конструкций при поперечной взрывной нагрузке: а) свободно опертой балочной плиты с образованием центральной трещины с пластическим шарниром, б) плиты, опертой по контуру, с образованием трещин по схеме «конверт» с линейными пластическими шарнирами

Динамические характеристики материалов получают ударными испытаниями образцов на копровых и пневматических установках, а также на скоростных разрывных машинах. При этом получают динамические диаграммы «напряжение-деформация» и значения динамического предела текучести металлов (рис. 2.11), ударного предела прочности бетонов и других хрупких материалов, в основном, в зависимости от средней скорости деформации, позволяющие строить математические модели и уравнения состояния для материалов в динамике.

**Таблица 2.5.** Предельные углы  $\varphi_{пр} = \Psi/2$  начала хрупкого разрушения сжатой зоны бетона железобетонных балок ( $\Psi$  – угол раскрытия трещины в пластическом шарнире в центре,  $\psi/2$  – в опорном сечении балки с защемленными опорами)

Класс бетона	Угол $\varphi_{пр}$ в радианах при $\mu$ в %				
	0,285	0,38	0,77	1,15	1,53
B15	—	0,044	0,026	0,024	0,023
B40	0,09	0,067	0,043	0,038	0,034
B60	0,10	0,085	0,055	0,045	0,041

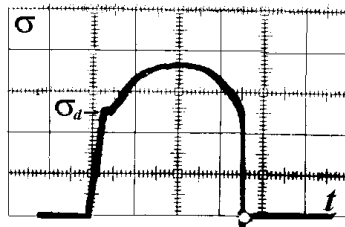


Рис.2.11. Изменение со временем напряжений в стальном образце в режиме постоянной скорости на машине «Инстрон» с фиксацией динамического предела текучести  $\sigma_d$  (эксперименты А. Гринева и В. Котляревского)

Наиболее полную информацию о поведении конструкционных материалов в динамике получают при измерении всех кинематических и силовых параметров материалов непосредственно в конструкциях. При измерении деформаций используют тензорезисторы, наклеенные на материал, и переход к напряжениям умножением на модуль упругости возможен лишь в пределах упругой работы материала. Чтобы записать изменение со временем напряжений в арматуре динамически нагруженной конструкции применяются мерные арматурные стержни с жесткими вставками (рис. 2.12), напряжения в которых не выходят за предел упругости. При синхронной регистрации напряжений и деформаций получают динамическую диаграмму в параметрическом виде.

В экспериментах на железобетонных балках при взрывных нагрузках получены осциллограммы изменения прогибов, деформаций, напряжений и опорных реакций, дающих представление об изменении изгибающего момента в пластическом шарнире и раскрывающих картину работы конструкции в упругой стадии с переходом в упругопластическую вплоть до разрушения (рис. 2.13).



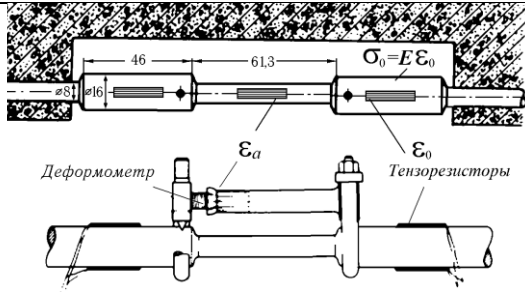


Рис. 2.12. Расположение тензорезисторов и деформометров на мерных арматурных стержнях железобетонных балок: датчики регистрируют деформации  $\epsilon$ ; на утолщенных участках площадью сечения  $F_0$ , работающих упруго, фиксируются напряжения  $\sigma_0$ ; напряжения в арматуре площадью сечения  $F_a$  определяются по формуле  $\sigma_a = \sigma_0 \cdot F_0 / F_a$

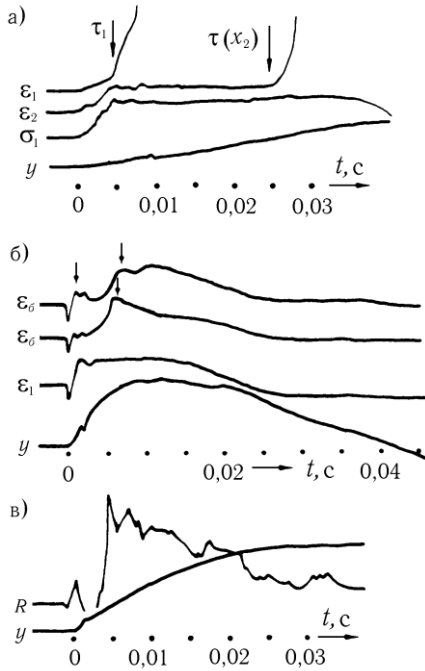


Рис. 2.13. Осциллограммы, полученные при действии на железобетонные балки воздушной ударной волны длительностью 30 мс (а) и импульса взрыва заряда ВВ (б, в): прогибов  $y$ , опорных реакций  $R$ , напряжений в растянутой арматуре  $\sigma_1$ , деформаций в арматуре в центре  $\epsilon_1$ , четверти  $\epsilon_2$  пролета и на крайней фибре сжатого бетона  $\epsilon_6$ . Стрелки указывают время запаздывания текучести арматуры в центре  $\tau_1$  и в периферийном сечении  $\tau(x_2)$  (а), а также начало этапа хрупкого разрушения сжатой зоны бетона (б). После действия импульса балка получила остаточный прогиб в результате разрушения сжатого бетона (в)

Анализом зарегистрированных на балках осциллограмм установлены следующие экспериментальные факты:

в момент исчерпания упругого ресурса, то есть при достижении конца упругой стадии, напряжение в арматуре – динамический предел текучести превышает статический предел текучести тем большим, чем выше скорость деформации;

после перехода в стадию пластического деформирования растянутой арматуры напряжения при небольшом сбросе меняются незначительно, выходя на площадку текучести, свидетельствуя о возможности интерпретации диаграммы  $\sigma$ - $\epsilon$  материала идеальной диаграммой Прандтля (рис. 2.14,а);

пластичность в растянутых стержнях распространяется от центра к периферии как волновой процесс с эффектом запаздывающей текучести;

по началу сброса напряжений в сжатом бетоне уточнены предельные состояния по началу разрушения балок фиксацией углов раскрытия трещин  $\varphi_{пр}$  (табл. 2.5): для балок пролетом  $l$  предельный прогиб  $y_{ГП} = \frac{1}{2} l \varphi_{ГП}$ .

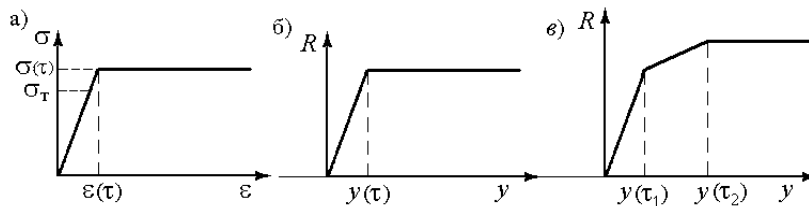


Рис. 2.14,а. Упругопластические диаграммы Прандтля: а) деформация - напряжение материала; б) сопротивление - перемещение статически определимой системы, в) сопротивление - перемещение статически неопределимой системы

### 2.2.2. ИСЧЕРПАНИЕ УПРУГОГО РЕСУРСА КОНСТРУКЦИЙ. ДИНАМИЧЕСКИЙ ПРЕДЕЛ ТЕКУЧЕСТИ

В динамических расчетах железобетонных и стальных конструкций учитывают, что поведение малоуглеродистых конструкционных сталей с явно выраженной статической площадкой текучести (в частности, сталей классов А-I, А-II, и А-III) зависит от режима нагружения или скорости деформации. Чувствительность к скорости выражается в повышении предела текучести при растяжении и сжатии (связанного с эффектом запаздывания динамической текучести), а также в перенапряжениях, зависящих от скорости пластической деформации.

Динамический предел текучести  $\sigma_d$ , достигаемый в момент времени  $\tau$ , в произвольном режиме изменения со временем напряжения  $\sigma(t)$  может быть определен из критерия кинетического типа, позволяющего воспроизвести эффект и фиксировать время  $\tau$  запаздывания динамической текучести,

$$\sigma_d = \sigma(\tau), \quad \int_0^{\tau} \left[ \frac{\sigma(t)}{\sigma_T} \right]^{\alpha} dt = t_*, \quad \left[ \sigma(\tau) \geq \sigma_T \right], \quad (2.1)$$

где  $\alpha$  и  $t_*$  – параметры чувствительности материала к скорости деформации,  $\sigma_T$  – статический предел текучести, и в режиме постоянной скорости деформации  $\dot{\epsilon} = \text{const}$

$$\sigma_d = [Et_* \sigma_T^{\alpha} (\alpha + 1) \dot{\epsilon}]^{1/(\alpha+1)}. \quad (2.2)$$

Для сталей А-I, А-II, А-III экспериментальные значения коэффициентов соответственно:  $\alpha = 17, 20$  и  $25$ ;  $t_* = 0,895$  с;  $0,5$  с и  $0,32$  с. Рассчитанные по последней формуле данные, приведенные в табл. 2.6, могут быть использованы для оценки исчерпания упругости динамически нагруженных конструкций по среднему значению скорости деформации, которая находится в процессе решения конкретной динамической задачи.

**Таблица 2.6.** Отношение динамического предела текучести к статическому  $\sigma_d / \sigma_T$  в зависимости от скорости деформации  $\dot{\epsilon}$  для арматурных сталей трех классов

$\dot{\epsilon}, \text{c}^{-1}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^0$	$10^1$	$10^2$	$10^3$
А-I	1,16	1,32	1,50	1,70	1,93	2,20	2,50
А-II	1,10	1,23	1,37	1,53	1,71	1,90	2,12
А-III	1,06	1,15	1,26	1,38	1,51	1,65	1,80

Более коротким путем определения  $\sigma_d$ , применительно к конкретной конструкции, является использование критерия (2.1) в безразмерном виде

$$\int_0^{S_1} |D(S)|^{\alpha} dS = \eta, \quad \eta = \omega t_* \eta_0^{\alpha}, \quad \eta_0 = \sigma_T / \sigma_q \left( |D(S_1)| > \eta_0 \right), \quad (2.3)$$

где  $D(S) = y(t)/y_q = \sigma(t)/\sigma_q$  – функция динамичности, получаемая решением уравнения движения приведенной системы от действия конкретной нагрузки  $q(t)$ ;  $S = \omega t$  – безразмерное время;  $S_1 = \omega \tau$ ;  $y_q$  и  $\sigma_q$  – прогиб и напряжение от статического действия характерного значения (или амплитуды) динамической нагрузки.

Отношение динамического предела текучести к статическому в конструкции равно  $\sigma_d / \sigma_T = D_1 / \eta_0$ , где зависимости  $D_1(\eta, S_k)$  для наиболее употребительной взрывной нагрузки приведены на рис. 2.15.

Критерий динамической текучести малоуглеродистой стали (2.1) был предложен Кемпбеллом [12] на основе теории дислокаций и представления о механизме освобождения дислокаций из атмосферы углерода. Однако указанный дислокационный механизм не является единственным, и до настоящего времени нет единого мнения о процессе, контролирующем динамический предел текучести. Очевидно, хорошее согласие с опытом объясняется тем, что формально данный критерий соответствует кинетической природе накопления микрповреждений в материалах. Воспользуемся феноменологическим подходом Н.С. Журкова, полагая, что в области чувствительности к скорости переход-

ный процесс является единично активируемым, то есть при постоянных осевом напряжении  $\sigma$  и температуре  $T$  идет с фиксированной скоростью, предписываемой кинетическим уравнением типа Аррениуса

$$\tau_c = t_0 \exp[\Omega_0(\sigma)/(K_0T)], \quad (2.4)$$

где  $\tau_c$  – время перехода материала в новое реологическое состояние по некоторому одиночному деформационному механизму с энергией активации  $\Omega_0$ ,  $t_0$  – предэкспоненциальный параметр,  $K_0$  – постоянная Больцмана.

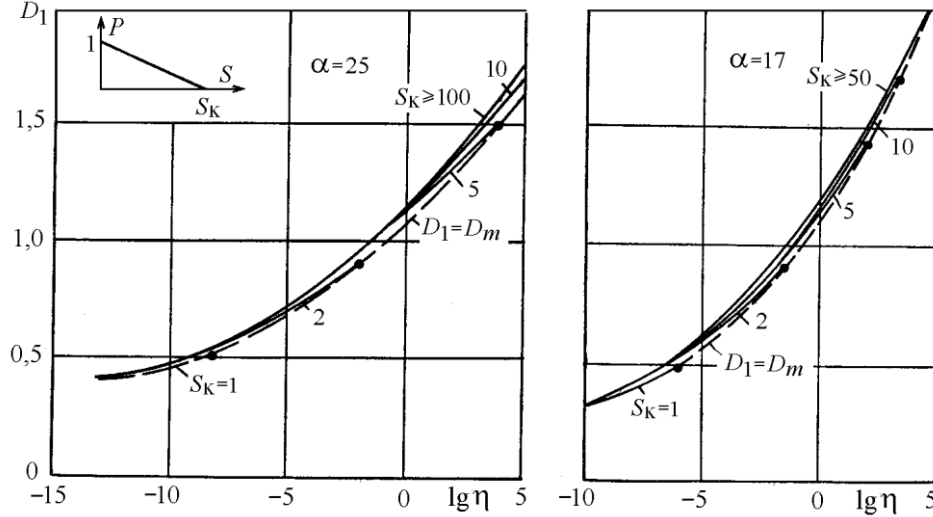


Рис. 2.15. Зависимости  $D_1(\eta, S_k)$ , определяющие динамический предел текучести  $\sigma_d = D_1 \cdot \sigma_q$  для железобетонных балок, армированных сталью классов А-III ( $\alpha = 25$ ) и А-I ( $\alpha = 17$ ), под действием взрывной (ударно-волновой) нагрузки  $P(S)$  длительностью  $t_k$  ( $S_k = \omega t_k$ ,  $P = q(t)/q_{max}$ );  $D_m = y_m/y_q$ , ш – максимум прогиба, достигаемый одновременно с напряжением  $\sigma_d$

Обобщив (2.4) по принципу суммирования на произвольный режим  $\sigma(t)$ , приходим к выражению для переходного времени  $\tau$

$$1 = \int_0^\tau \frac{dt}{\tau_c[\sigma(t)T]} = \frac{1}{t_0} \int_0^\tau \exp\{-\Omega_0[\sigma(t)]/(K_0T)\} dt.$$

Функция энергии активации может быть аппроксимирована различным образом, и ее выбор определяется соображениями удобства вычислений. Приняв  $\Omega_0$  в виде  $\Omega_0 = n \ln(\sigma/\sigma_0)$  [23] и введя температурную зависимость статического предела текучести  $\gamma = \sigma_T(T)/\sigma_0$  ( $\sigma_0$  – его значение при температуре абсолютного нуля,  $n$  – константа), получим критерий перехода для произвольной температуры ( $\alpha \equiv -n/(K_0T)$ ), соответствующий выражению (2.1):

$$J(\tau) = t_0 / [\gamma^\alpha(T)] \equiv t_*(T),$$

$$J(t) = \int_0^t [\sigma(\xi)/\sigma_T(T)]^\alpha d\xi \quad (\sigma(\tau)/\sigma_T(T) \geq 1).$$

Таким образом, выражение (2.1) является следствием весьма общих принципов. Зависящие от температуры константы  $\alpha$  и  $t_*$  находят из экспериментов при постоянной скорости напряжения (и деформации)  $\dot{\sigma}(t) = E \dot{\epsilon}(t) = \text{const}$  или при ступенчатом нагружении  $\sigma(t) = \text{const} \geq \sigma_T$  [24].

Рассматриваемый критерий в [21] использован при расчете неоднородных волновых процессов в грунтах в модели идеальной пластической среды Прандтля-Рейсса в виде синтеза условия текучести Мизеса с кинетическим переходным условием (в тензорных обозначениях)

$$\frac{1}{2} S_{ij}(t) S_{ij}(t) \equiv I_2(t), \quad I_2(\tau) \equiv \frac{1}{3} R^2 \quad (t \geq \tau), \quad (2.5)$$

$$J(\tau) = t_*, J(t) = \int_0^t \left( \sqrt{3I_2(\xi)} / \sigma_+ \right)^\alpha d\xi \quad \left( I_2(\tau) \geq \frac{1}{3} \sigma_+^2 \right),$$

где  $S_{ij}$  – компоненты девиатора тензора напряжений,  $R$  – динамический параметр текучести при простом растяжении.

### 2.2.3. УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

При расчетах конструкций с учетом неупругих деформаций интегрируют уравнение движения приведенной системы, содержащей функцию сопротивления деформированию  $R(y)$ , которую по аналогии со статической диаграммой  $\sigma$ - $\varepsilon$  растяжения образцов металла представляют идеальной диаграммой Прандтля (рис. 2.14,а). В этих рамках в работах [13, 14] впервые были предложены продуктивные методы динамического расчета упругопластических балок на взрывные нагрузки.

Дальнейшее развитие методов динамического расчета железобетонных балочных конструкций связано с необходимостью учета ряда экспериментальных факторов, свойственных скоростному деформированию материалов в конструкции. Основные среди них: динамический предел текучести малоуглеродистых конструкционных сталей в опасных сечениях и волновое развитие зон пластичности в растянутых стержнях, обусловленное эффектом запаздывающей текучести.

В настоящее время при проектировании и в различных инженерных приложениях используют два подхода к оценке динамической прочности железобетонных балок и плит в полном диапазоне их несущей способности:

а) метод, основанный на диаграммах сопротивления смещениям  $R$ - $y$  с линейными участками (рис. 2.14,б-в),

б) численный метод решения динамических уравнений, использующий достаточно объективные законы деформирования материалов, ориентированный на применение вычислительной техники.

Оба подхода предусматривают возможность представления результатов многовариантных расчетов в форме ударных спектров – коэффициентов динамичности к расчету на эквивалентные статические нагрузки. При расчете прямоугольных плит часто рассматривают балку-полосу, мысленно вырезанную вдоль короткой стороны с применением балочных соотношений.

При расчете с использованием диаграмм сопротивления  $R$ - $y$  осуществляется контроль достижения динамического предела текучести в опасных сечениях конструкции применением критерия (2.3) или графиков рис. 2.15. Расчет статически определимых конструкций (шарнирноопертых балок и плит) выполняют с использованием диаграммы  $R$ - $y$  по рис. 2.14,б.

При расчете статически неопределимых конструкций следует учитывать возможность последовательного образования нескольких пластических шарниров. Так, в однопролетных железобетонных балках, в частности, с постоянным по пролету армированием, первичные пластические шарниры образуются в опорных сечениях. С увеличением прогиба сопротивление линейно растет до возникновения центрального пластического шарнира с реализацией билинейного упругопластического диапазона диаграммы (рис. 2.14,в). Графики коэффициентов динамичности упругопластических балок с защемленными опорами, с гладкой арматурой и переменными по пролету параметрами, полученные решением уравнений движения с учетом запаздывающей текучести арматуры приведены на рис. 2.16. На графиках  $\eta_1$  – параметр по (2.3) со значением  $\eta_0 = \sigma_T / \sigma_q$  для опорного сечения;  $\beta_1$  – отношение приведенных жесткостей приопорного и пролетного сечений  $\beta_1 = B^{оп} / B^{пр} \leq 3$ . Отношение моментов сопротивления пролетного и приопорного сечений характеризуется коэффициентом  $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{2K_0}{3 - 2K_0} \cdot \frac{W^{пр}}{W^{оп}} \geq 1, \quad K_0 = \frac{0,269 + 0,731\beta_1}{0,46 + 0,54\beta_1}.$$

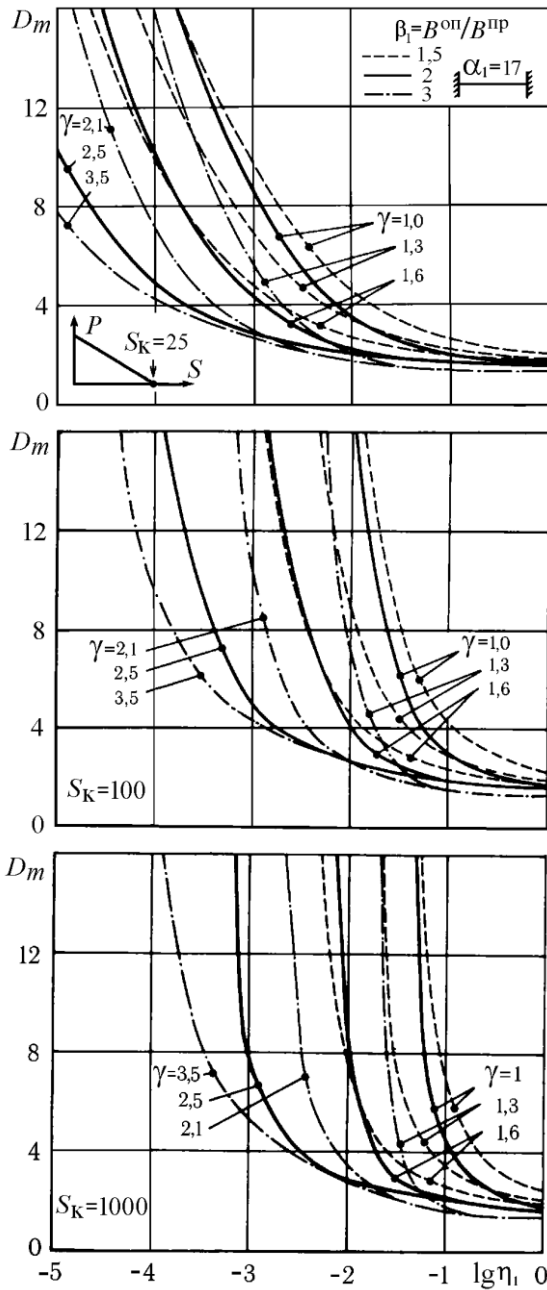


Рис. 2.16. Ударные спектры железобетонных балок с гладкой арматурой с защемленными опорами и различными жесткостными параметрами в центральной и приопорной зонах для нагрузок с ударным фронтом

Оптимизируя армирование в железобетонных балках с защемленными опорами, можно добиться одновременного появления пластичности в опорных сечениях и в центре. При этом изменение сопротивления будет осуществляться как для статически определимых балок по диаграмме Прандтля (рис. 2.14,б.). Для некоторых сортов малоуглеродистых сталей переход в пластическую стадию деформирования сопровождается «зубом текучести» – резким спадом напряжения от верхнего динамического предела текучести  $\sigma(\tau)$  к нижнему пределу текучести  $\sigma_n$  в пределах  $\sigma_T \leq \sigma_n \leq \sigma(\tau)$ .

На рис. 2.17 приведен ударный спектр упругопластических систем с зубом текучести при действии треугольной нагрузки в зависимости от параметров  $D_1 = \sigma(\tau)/\sigma_q$ ,  $S_k = \omega t_k$  и  $\Pi = \sigma_n/\sigma_q$ . График применим к расчету статически определимых и оптимальных конструкций с защемленными опорами. При  $D_1/\Pi = 1$  имеем частный случай диаграммы Прандтля (без зуба текучести). При  $\sigma_n = \sigma_T$  и  $\Pi = \eta_0$  нижний предел текучести  $\sigma_n$  совпадает со статическим пределом текучести  $\sigma_T$ . На графиках штриховые линии соответствуют числу упругих прогибов  $Z_m = D_m/D_1$ , по которому иногда нормируют предельные состояния конструкций. Параметр  $D_1$  определяется по графикам рис.2.15, и при переходе к коэффициентам рис. 2.17 можно воспользоваться следующей таблицей:

П	0,3			0,5				0,8			1		
$D_1/\Pi$	1	2	3	1	1,5	2	3	1	1,5	2	1,25	1,5	2
$D_1$	0,3	0,6	0,9	0,5	0,75	1,0	1,5	0,8	1,2	1,6	1,25	1,5	2

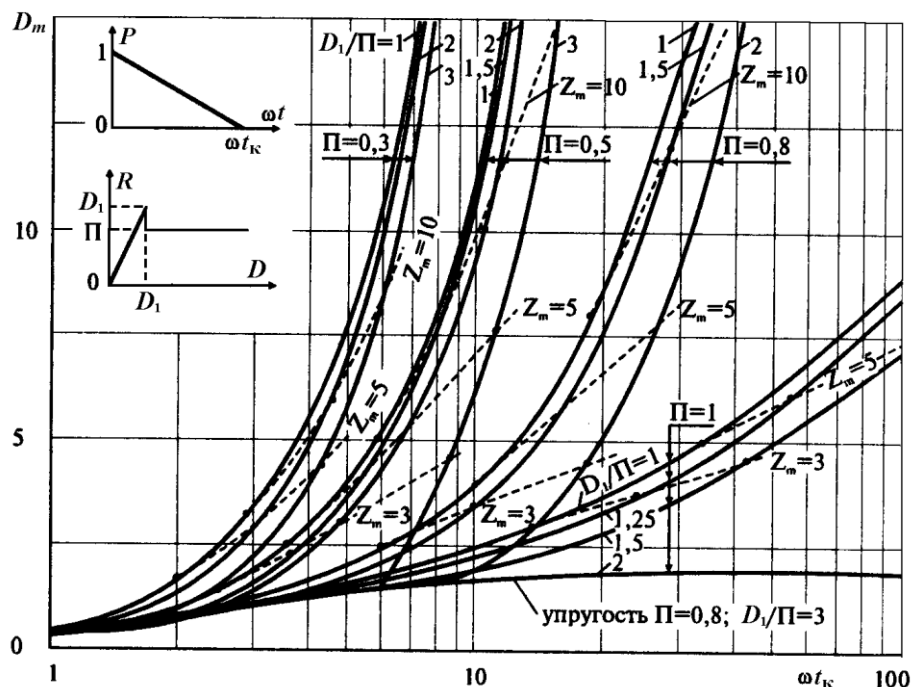


Рис. 2.17. Ударные спектры смещений упругопластических балок и плит: шарнирноопер-  
тых и оптимальных с заземленными опорами:  $D_1$  соответствует верхнему  
динамическому пределу текучести,  $\Pi$  – уровню напряжений на площадке текучести

В алгоритмах методов, ориентированных на реализацию в компьютерных программах, используют более сложные модели.

Для высокопрочных конструкционных сталей, высокопрочной и термически упроченной стержневой арматуры железобетонных конструкций эффекты скорости деформации проявляются слабо, и в динамических расчетах обычно используют статические диаграммы  $\sigma$ - $\varepsilon$ . Для улучшения согласия расчетов с опытными данными, особенно при расчетах на сейсмозврывные, сейсмические и вибрационные воздействия, когда реализуется знакопеременная (обратная) пластичность при большом числе циклов колебаний, следует использовать модели мейзинг-типа. В таких моделях кроме деформационного упрочнения учтен эффект Баушингера и петли гистерезиса на диаграмме  $\sigma$ - $\varepsilon$  (рис. 2.18).

Уравнения одной из таких моделей (Ромберга - Осгуда) таковы [15]:

на линии 1, называемой скелетной ветвью диаграммы,

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left( \frac{\sigma}{\sigma_T} + \alpha \left| \frac{\sigma}{\sigma_T} \right|^r \operatorname{sgn} \sigma \right), \quad \varepsilon_0 = \sigma_T / (E(\alpha + 1)), \quad (2.6)$$

на ветвях разгрузки

$$\varepsilon = \varepsilon_* + \varepsilon_0 \left[ \frac{\sigma - \sigma_*}{\sigma_T} + 2\alpha \left| \frac{\sigma - \sigma_*}{2\sigma_T} \right|^r \operatorname{sgn}(\sigma + \sigma_*) \right], \quad (2.7)$$

где  $\sigma_T$  – условный предел текучести,  $E$  – модуль упругости,  $r$  и  $\alpha$  – константы материала,  $\sigma_*$  и  $\varepsilon_*$  – напряжение и деформация в начале разгрузки или повторного нагружения, причем секущая на начальном участке диаграммы согласована с законом Гука (при

$\sigma = \sigma_T$  и  $\varepsilon = \sigma_T/E$ ). При  $r \rightarrow \infty$  данная модель переходит в идеальную упругопластическую диаграмму Прандтля.

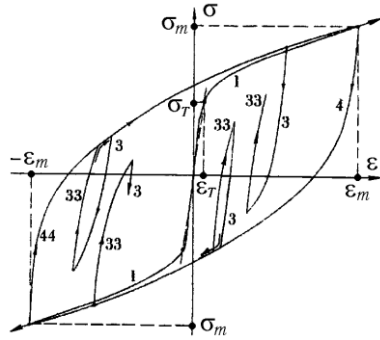


Рис. 2.18. Диаграмма модели упругопластического материала мейзинг-типа для металлов, слабчувствительных к скорости деформации

Опыт применения данной модели в динамических расчетах железобетонных и стальных конструкций при существенно нестационарных циклических колебаниях показал необходимость дополнительного введения в модель логических операторов, обеспечивающих реализацию в вычислительных алгоритмах всех возможных вариантов изменения деформационного режима (рис. 2.18). Кривая 1 соответствует выражению (2.6), а предельные кривые 4 и 44 – формуле (2.7), и эти линии ограничивают область напряжений. При разгрузках с ветви 1 используется формула (2.7) с фиксацией новых предельных кривых 4 и 44, когда напряжение и деформация превысят по модулю соответственно предыдущие значения  $\sigma_m$  и  $\varepsilon_m$  точек подвеса предельных кривых. При повторных нагружениях и разгрузках производится усечение напряжений предельными кривыми 4 и 44. Для кривых 3 и 33 используется (2.7), но для точек подвеса внутри области полных размахов при аналогичной процедуре усечения напряжений. Данная модель используется и для зависимости изгибающий момент-кривизна, а также реакция-прогиб ( $R$ - $y$ ).

В рассмотренных выше методах динамического расчета железобетонных конструкций, армированных чувствительными к скорости деформирования  $\dot{\varepsilon}$  сталями классов А-I, А-II и А-III, по диаграмме Прандтля не учитывается влияние  $\dot{\varepsilon}$  на напряжения в пластической стадии, что обусловлено неопределенностью изменения деформаций в пластическом шарнире.

В [16, 17] разработан метод динамического расчета железобетонных конструкций из материалов, чувствительных к режиму нагружения, учитывающий развитие в арматуре зон упругой перегрузки, пластичности и упрочнения в связи со свойствами запаздывающей текучести в сталях. В методе учитывается динамический предел текучести и влияние скорости деформации на напряжения в пластической стадии по закону деформирования вида  $\dot{\sigma} = f(\dot{\varepsilon}, \sigma)$ , согласованному с критерием (2.3). Данный метод, реализованный в программе DELTA и воспроизводящий основные эффекты в импульсивно нагруженных балках, обнаруженные экспериментально, позволил установить точность различных приближенных методов динамики упругопластических конструкций. Пример работы программы представлен на рис. 2.19 и 2.20.

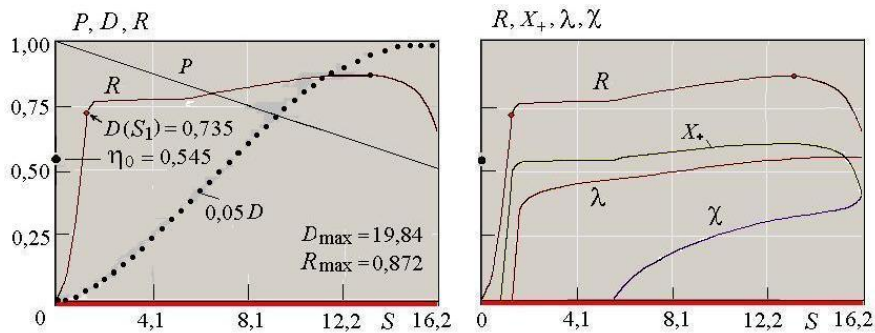


Рис. 2.19. Результаты расчета балки под взрывным давлением  $\Delta P_{\Phi} = 175$  кПа: функции динамичности прогиба  $D$ , изгибающего момента  $R$  и изменение со временем  $S = \omega t$  зон упругой перегрузки  $X_+$ , пластичности  $\lambda$  и упрочнения  $\chi$

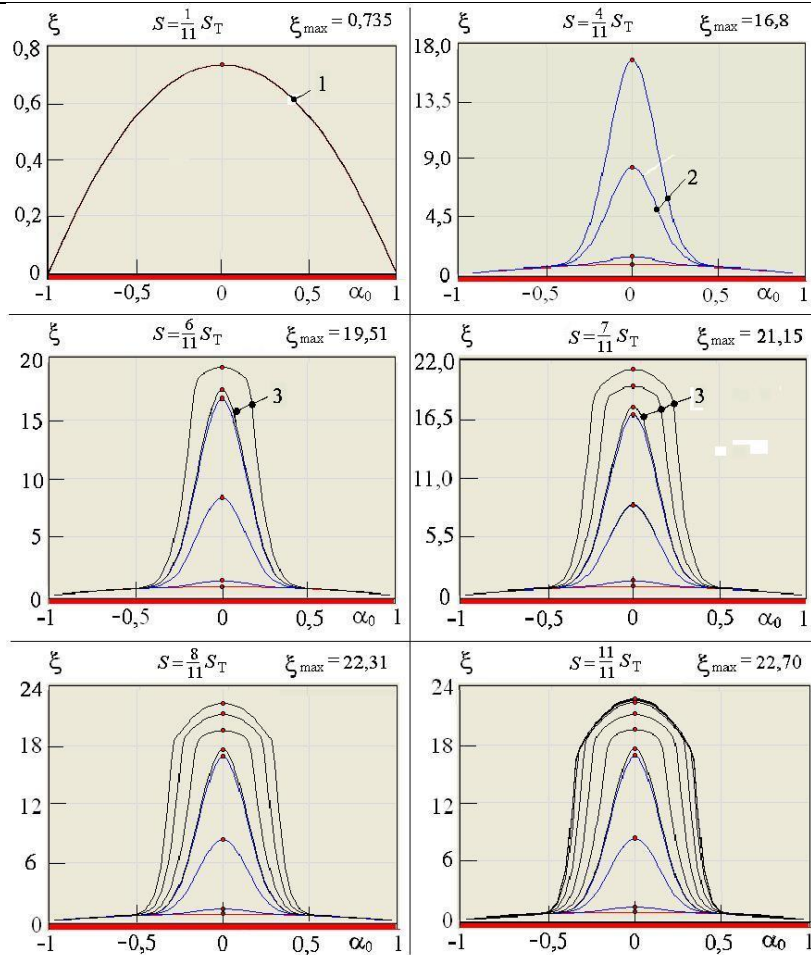


Рис.2.20. Выданный программой DELTA фильм развития деформаций  $\xi = \varepsilon/\varepsilon_q$  в растянутой арматуре вдоль пролета  $\alpha_0$  балки в зонах упругости (эюра 1) пластичности (2) и упрочнения (3) «пластического шарнира» железобетонной балки под действием ударной волны с  $\Delta P_m = 175$  кПа;  $S_T = \omega t_T = 16,24$  соответствует полному упругому восстановлению системы после разгрузки



### ГЛАВА 3. ДИНАМИЧЕСКАЯ ПРОЧНОСТЬ ЗАГЛУБЛЕННЫХ В ГРУНТ СООРУЖЕНИЙ

Специальные защитные сооружения, заглубленные в грунт, по прочности должны обеспечивать защиту от современных средств поражения, главным образом, от ударных волн взрывов, действующих на поверхность грунта, и от порождаемых волн сжатия, распространяющихся в грунтовом массиве и взаимодействующих с сооружением. В связи со сложностью волновых процессов в грунтах от взрывов при расчетной оценке прочности заглубленных в грунт защитных сооружений используют программы, основанные на численных методах решения уравнений волновой динамики сплошной среды в синтезе с соотношениями нелинейной динамики сооружений. Для идентификации механических свойств грунтов в динамике для диапазона высоких параметров ударной волны наиболее часто применяют упругопластическую модель С. Григоряна [18] и для мягких грунтов для диапазона умеренных давлений – спектральную модель, воспроизводящую упруговязкопластическое поведение, предложенную в [19, 20].

#### 3.1. МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГРУНТОВЫХ СРЕД

По экспериментальным данным [19–21], при импульсном нагружении мягких грунтов в диапазоне умеренных давлений наблюдаются временные эффекты типа вязкости, в чем можно убедиться рассмотрением результатов экспериментов на кратковременную ползучесть и на действие импульса взрыва (рис. 3.1), в которых фиксируется запаздывающая деформация.

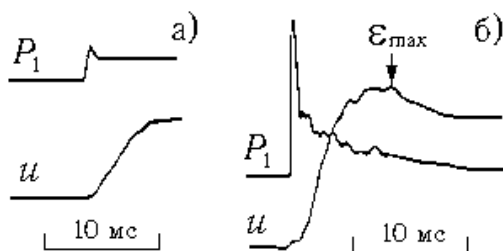


Рис. 3.1. Осциллограммы динамического сжатия тонкого слоя мягкого грунта в опытах на кратковременную ползучесть (а) и с частичным разуплотнением при действии короткого взрывного импульса (б)

В связи с этими данными, в рассмотренных ниже программах использованы различные математические модели грунтов, в которых учтены упруговязкие свойства и возможные кавитационные эффекты, связанные с разрывами сплошности при растяжении [20].

##### 3.1.1. УПРУГОВЯЗКАЯ МОДЕЛЬ НАСЛЕДСТВЕННОГО ТИПА

Наиболее полно для описания свойств мягких грунтов при умеренных давлениях представляет упруговязкая модель наследственного типа

$$\mathcal{E}_{ij} = \frac{S_{ij}}{2G_0} + \int_0^t \Gamma_c(t-\xi) S_{ij}(\xi) d\xi, \quad (3.1)$$

$$\Delta = \frac{\sigma}{K_0} + \int_0^t \Gamma_0(t-\xi) \sigma(\xi) d\xi. \quad (3.2)$$

Здесь  $S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}$ ,  $\mathcal{E}_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \Delta \delta_{ij}$ ,  $\Delta = \varepsilon_{ij}$ ,  $\sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ij}$ ;  $G_0$  и  $K_0$  – мгновенные модули сдвига и объемной деформации;  $\Gamma_c$  и  $\Gamma_0$  – материальные функции, характеризующие свойства среды при сдвиге и изменении объема.

В динамических задачах используются уравнения, разрешенные относительно напряжений:

$$S_{ij} = 2G_0 \mathcal{E}_{ij} - \int_0^t R_c(t-\xi) \mathcal{E}_{ij}(\xi) d\xi,$$

$$\sigma = K_0 \theta - \int_0^t R_0(t-\xi) \Delta(\xi) d\xi.$$

В этих формулах модули  $G_0$ ,  $K_0$  введены в ядра ползучести  $\Gamma_c$ ,  $\Gamma_0$  и релаксации  $R_c$ ,  $R_0$ , в связи с чем последние могут содержать особенность типа дельта-функции. Если пренебречь мгновенной упругостью, то первые члены в правых частях уравнений можно опустить.

Функции  $\Gamma_c$ ,  $\Gamma_0$  и  $R_c$ ,  $R_0$  определяют опытами на ползучесть или релаксацию. Рассмотрим схему опыта с осевой деформацией  $\varepsilon_{22}$  (при  $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{33} = 0$ ),  $\sigma_{11} = \sigma_{33}$ .

Запишем

$$\Delta = \varepsilon_{22}, \quad \sigma = \frac{1}{3}(\sigma_{22} + 2\sigma_{11}), \quad \mathcal{E}_{11} = -\frac{1}{3}\varepsilon_{22}, \quad \mathcal{E}_{22} = \varepsilon_{22} - \frac{1}{3}\Delta = \frac{2}{3}\varepsilon_{22},$$

$$S_{22} = \sigma_{22} - \sigma = \frac{2}{3}(\sigma_{22} - \sigma_{11}), \quad S_{11} = -\frac{1}{3}(\sigma_{22} - \sigma_{11}).$$

Примем гипотезу постоянства коэффициента бокового давления  $K_b = \sigma_{11}/\sigma_{22}$ .

Тогда  $S_{22} = \frac{2}{3}\sigma_{22}(1 - K_b)$ ,  $S_{11} = -\frac{1}{3}\sigma_{22}(1 - K_b)$ .

Подставляя эти выражения в (3.1) и (3.2), получим

$$\begin{aligned} \varepsilon_{22} &= (1 - K_b) \left( \frac{\sigma_{22}}{2G_c} + \int_0^t \Gamma_c(t-\xi) \sigma_{22}(\xi) d\xi \right) = \\ &= \frac{1}{3}(1 + 2K_b) \left( \frac{\sigma_{22}}{K_0} + \int_0^t \Gamma_0(t-\xi) \sigma_{22}(\xi) d\xi \right). \end{aligned}$$

Учитывая соотношение между упругими константами

$$K_b = \frac{\nu}{1-\nu}, \quad \frac{2G_0}{1-K_b} = \frac{3K_0}{1+2K_b} \equiv C,$$

приходим к равенствам

$$(1 - K_b)\Gamma_c = \frac{1}{3}(1 + 2K_b)\Gamma_0 \equiv \Gamma,$$

где  $\Gamma$  – ядро ползучести в уравнении для осевой деформации

$$\varepsilon_{22} = \frac{\sigma_{22}}{C} + \int_0^t \Gamma(t-\xi) \sigma_{22}(\xi) d\xi.$$

Гипотеза  $K_b = \text{const}$  приводит к равенству ядер  $\Gamma_c$  и  $\Gamma_0$  с точностью до констант. Это позволяет определять материальную функцию в одном (любом) эксперименте – в условиях осевой деформации, объемной деформации или чистого сдвига. Для осевой деформации  $\sigma_{22} \equiv \sigma_{22}^0 = \text{const}$ ,

$$\varepsilon_{22} = \sigma_{22}^0 \left( \frac{1}{C} + \int_0^t \Gamma(t-\xi) d\xi \right).$$

Выражение для функции ползучести следующее

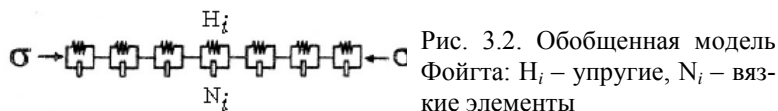
$$\varphi(t) = \frac{\varepsilon_{22}(t)}{\sigma_{22}^0} = \frac{1}{C} + \int_0^t \Gamma(t-\xi) d\xi, \quad \Gamma(t) = \dot{\varphi}(t),$$

то есть  $\Gamma$  определяется из опыта на ползучесть дифференцированием по  $t$  функции  $\varphi(t)$ , полученной при действии ступенчатой нагрузки<sup>1</sup>.

Приведенные соотношения теории линейной вязкоупругости при аппроксимации ядер суммой экспоненциальных функций эквивалентны уравнению

$$a_0\sigma + a_1 \frac{d\sigma}{dt} + \dots + a_n \frac{d^n \sigma}{dt^n} = b_0\varepsilon + b_1 \frac{d\varepsilon}{dt} + \dots + b_n \frac{d^n \varepsilon}{dt^n}$$

и обобщенной модели Фойгта (рис. 3.2).



Функцию ползучести определяют при динамическом нагружении грунтов в приборе одноосного сжатия, а адекватность модели (3.6) – сопоставлением решения полной системы уравнений с параметрами экспериментальных волн сжатия в грунтовой массе.

В опытах на кратковременную ползучесть [19] наблюдается существенная запаздывающая упругость: деформация грунта  $\varepsilon_1^0 \approx u(t)/l$  со временем нарастает, постепенно достигая насыщения при видимом отсутствии мгновенной податливости и течения. Принцип линейности с приемлемой точностью соблюдается при  $P < P^*$ , где  $P^*$  в зависимости от вида грунта находится в пределах 0,2–0,8 МПа. Для плотного сухого песка  $P^* = 0,75–0,8$  МПа, для других грунтов  $P^* = 0,2–0,35$  МПа. Для влажного песка в диапазоне 0,2–0,6 МПа кривые ползучести зависят от давления  $P$ , причем наблюдается их подобие. Это позволяет использовать соотношение

$$\bar{\varphi} = \varphi(t) S(P), \quad (3.3)$$

в котором, по данным опытов,  $S(P) = 1$  при  $P \leq P^* = 0,2$  МПа;  $S(P) = 1 - K(P - P^*)$  при  $P^* < P < 0,6$  МПа, где  $K = 1,5 \text{ МПа}^{-1}$  [при расчетах с использованием (3.3) податливости  $I_j$  в (3.6) умножаются на текущее значение  $S(P)$ ].

В диапазоне давлений 0,05–0,4 МПа получено: для суглинка  $K_b = 0,47 \pm 0,07$ ; для песка с  $W = 0,045$ ,  $K_b = 0,39 \pm 0,05$ , то есть коэффициент  $K_b$  достаточно стабилен. Эти результаты согласуются с данными [44].

Как упоминалось выше, вязкие свойства грунтов при разгрузке обнаруживаются при действии импульсных (нестационарно убывающих) нагрузок (рис. 3.1). В процессе разгрузки сначала продолжается уплотнение грунта до некоторой деформации  $\varepsilon_{\max}$ , а затем происходит разуплотнение. Полное упругое восстановление соответствует давлениям до 0,03–0,05 МПа. При больших давлениях разуплотнение идет с отступлением от линейно-упругого восстановления.

Таким образом, наряду с упруговязкими свойствами проявляется пластичность грунта. Такая комбинация свойств в рамках обобщенной модели Фойгта может рассматриваться как упруговязкая нелинейность в предположении, что спектр  $L$  в процессе разгрузки деформируется в  $L'$  так, что некоторые участки  $L$  смещаются в область больших времен (за пределы времени наблюдения). Спектр будет давать сравнительно малый темп разуплотнения, причем некоторая часть деформации в пределах времени наблюдения будет восприниматься как необратимая.

Для одномерных задач динамики грунтов могут быть использованы соотношения

$$\varepsilon = \frac{P}{C} + \int_0^t \Gamma(t - \xi) P(\xi) d\xi, \quad \Gamma = \begin{cases} \Gamma_{(1)} (\dot{\varepsilon}_- \equiv \dot{\varepsilon} - \dot{P}/C \geq 0) \\ \Gamma_{(2)} (\dot{\varepsilon}_- < 0), \end{cases} \quad (3.4)$$

<sup>1</sup> Для полимерных и других материалов проводят также опыты на релаксацию. В опытах на простое растяжение образцу дают скачек деформации  $\varepsilon_0$  и фиксируют изменение напряжений  $\sigma(t)$ , то есть – функцию релаксации  $\psi(t) = \sigma(t)/\varepsilon_0$ . От  $\psi$  можно перейти к  $\varepsilon$  (полагая, что  $\ln \psi(\ln t)$  – линейная функция на временном интервале средней протяженности) по формулам [324/  $\varphi(t) = \sin(m\pi)/[m\pi\psi(t)]$ ],  $m = d \ln \psi / d \ln t$ .

где  $\Gamma_{(i)}$  ( $i = 1, 2$ ) – сопрягаемые ядра ползучести для одноосной деформации ( $\varepsilon$ ),  $C = 3K/(1 + 2K_b)$  – соответствующий модуль упругости,  $K$  – модуль объемной деформации,  $P$  – осевое давление, коэффициент  $K_b$  считается постоянным.

Частичная необратимость деформации здесь рассматривается как эффект нелинейности за счет изменения наследственной функции, связанного с режимом деформации. Для определения  $\Gamma_{(2)}$  необходима специальная программа экспериментов. Ниже в качестве  $\Gamma_{(2)}$  фигурирует таким образом деформированное ядро  $\Gamma_{(1)}$ , чтобы (при соблюдении требуемых условий совместности) обеспечивалось нужное значение остаточной деформации. Очевидно механизмы, связанные с накоплением необратимых деформаций, соответствуют как нагружению, так и разгрузке, поэтому на соотношения (3.4) для каждой из функций  $\Gamma_{(i)}$  можно смотреть как на линеаризованные зависимости.

В программной реализации модели используются ядра  $\Gamma_{(i)}$  с дискретными распределениями податливостей по временам запаздывания  $I_j(\tau_j)$ , соответствующие обобщенной модели Фойгта (рис. 3.2) с функцией ползучести

$$\varphi_{(1)} = \sum_{j=1}^n I_j [1 - \exp(-t/\tau_j)],$$

$$\Gamma_{(1)} = \sum_{j=1}^n I_j \tau_j^{-1} \exp(-t/\tau_j), \quad \Gamma_{(2)} = \sum_{j=1}^n I_j \tau_{j*}^{-1} \exp(-t/\tau_{j*}).$$

Здесь  $n$  – общее число элементарных звеньев Фойгта, а  $\Gamma_{(2)}$  конструируется из  $\Gamma_{(1)}$  заменой некоторых величин  $\tau_j$  на  $\tau_{j*}$ .

Материальные константы  $I_j$  определяются для  $\Gamma_{(1)}$  по сплошному спектру запаздывания (приближение Алфрея [45])

$$L(\lambda) \equiv \tau I_{(1)} \approx \left. \frac{d\varphi(t)}{d(\ln t)} \right|_{t=\tau}, \quad \lambda \equiv \ln \tau, \quad (3.5)$$

где  $\varphi$  – функция ползучести для одноосной деформации при  $P < P^*$  (когда  $\varphi$  слабо зависит от давления).

Дискретные значения  $I_j$  вычисляются как доли податливости на временных интервалах  $\lambda_l, \lambda_{l+1}$

$$I_j = \int_{\lambda_l}^{\lambda_{l+1}} L(\lambda) d\lambda, \quad \lambda_l = \ln \tau_l, \quad \tau_j = \frac{1}{2}(\tau_l + \tau_{l+1}).$$

Мгновенная упругость может быть учтена элементом  $j = 1$  с минимальным временем запаздывания  $\tau_1 = \tau_{1*}$ , соответствующим вязкости  $\mu_1 = \tau_1/I_1$ , которую удобно использовать в качестве счетной вязкости в методе сквозного счета.

Спектры запаздывания, полученные обработкой опытов по формуле (3.5), приведены на рис. 3.3. Спектр для суглинка имеет два максимума, что указывает на влияние двух механизмов деформации.

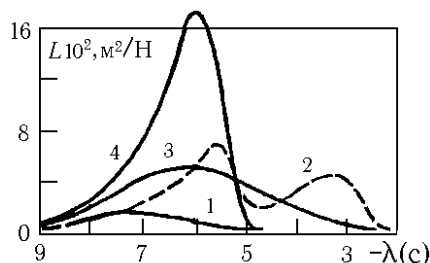


Рис. 3.3. Спектры запаздывания плотного сухого песка (1), суглинка (2), влажного песка (3) и насыпного песка (4)

Равновесные податливости, определенные как площади под кривыми спектров 1–4, имеют значения соответственно  $10^8 \varphi_m = 4,72; 18,22; 18,75; 29,70$  м<sup>2</sup>/Н. Суммарная податливость  $\varphi_0$ , соответствующая остаточной деформации  $\varepsilon_0$  при полной разгрузке, по результатам опытов для четырех видов грунта:  $\varphi_0/\varphi_m = \varepsilon_0/\varepsilon_m = 0; 0,83; 0,32$  и  $0,54$ .

Вариант аппроксимации спектра суглинка следующий [19]:

$$\begin{array}{cccccc} 10^8 I_j, 1/\text{Па} & 0,667 & 2,43 & 2,43 & 6,02 & 6,67 \\ \tau_j, \text{мс} & 0,008 & 0,89 & 1,96 & 6,00 & 54,8 \end{array}$$

Здесь значения  $I_1$  и  $\tau_1$  играют побочную роль аналога искусственной вязкости в методе сквозного счета.

Система уравнений модели, используемая в алгоритме программы «F», имеет вид

$$\begin{aligned} P &= C_1 \varepsilon_1 + \mu_1 \dot{\varepsilon}_1, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon - \sum_{j=2}^n \varepsilon_j, \\ \dot{\varepsilon}_j &= \mu_j^{-1} (P - C_j \varepsilon_j) \quad (j = 2, 3 \dots n), \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\dot{\varepsilon}_1 = \left[ \dot{\varepsilon} - C_1 \left( \varepsilon - \sum_{j=2}^n \varepsilon_j \right) \sum_{j=2}^n \mu_j^{-1} + \sum_{j=2}^n C_j \varepsilon_j \mu_j^{-1} \right] \left( 1 + \mu_1 \sum_{j=2}^n \mu_j^{-1} \right)^{-1},$$

где  $\mu_j \equiv C_j \tau_j \neq 0$ ;  $C_j \equiv I_j^{-1}$ ;  $\varepsilon_j$  и  $\dot{\varepsilon}_j$  – деформация и скорость деформации в  $j$ -м фойгтовом звене.

Расчеты показали, что для воспроизведения в общих чертах экспериментальных результатов при построении  $\Gamma_{(2)}$  из  $\Gamma_{(1)}$  достаточно вывести долю податливости  $I_0$ , соответствующую «остаточной» деформации, из правой части спектра  $L$  за пределы времени наблюдения. Этот новый спектр  $L'$  будет содержать  $m < n$  измененных параметров  $\tau_{j*} \gg \tau_j$ . При  $\dot{\varepsilon}_j > 0$  в (3.6) используются параметры  $I_j, \tau_j$  исходного спектра  $L$ , при помощи которого описывается нагружение и начальный этап разгрузки. Переход к  $L'$  осуществляется последовательным присвоением новых значений  $\tau_{j*}$  в моменты времени  $t_j^*$ , определяемые из условий сопряжения спектров  $\dot{\varepsilon}_j(t_j^*) = 0, \ddot{\varepsilon}_j(t_j^*) < 0$ , причем здесь  $j$  берутся из числа  $m$ . При повторных нагружениях осуществляется возврат спектра  $L$  восстановлением исходных времен  $\tau_j$  при  $t_j^{**}$ , причем  $\dot{\varepsilon}_j(t_j^{**}) = 0, \ddot{\varepsilon}_j(t_j^{**}) > 0$ .

Экспериментальная проверка объективности модели, осуществленная сравнением расчета с экспериментами по распространению волн сжатия в грунтовом массиве, показали их удовлетворительную сходимость.

### 3.1.2. УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИЕ РЕОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

В расчетах применяются и более простые, но достаточно эффективные – реологические модели грунтов. В реологии – науке о поведении сложных сред [46] их свойства представляют для наглядности в форме аналогов – механических моделей, конструируемых из пружин, вязких демпферов и сухого трения, то есть соответствующих элементов Гука (Н), Ньютона (N) и Кулона (К) (модели 1–3 на рис. 3.4), воспроизводящих фундаментальные свойства – упругость, вязкость и пластичность. В уравнениях этих элементов напряжения  $\sigma$  и деформации  $\varepsilon$  помечены их индексами

$$(H) \quad \sigma_H = c \varepsilon_H, \quad (3.7)$$

$$(N) \quad \sigma_N = \mu \dot{\varepsilon}_N, \quad (3.8)$$

$$(K) \quad \sigma_K = \sigma_T \operatorname{sgn} \dot{\varepsilon}_K \quad (|\dot{\varepsilon}_K| \neq 0), \quad (3.9)$$

где  $c$  – жесткость,  $\mu$  – вязкость,  $\sigma_T$  – предел текучести.

Структурные формулы моделей из последовательно (–) и параллельно (|) соединенных элементов Гука, Ньютона и Кулона соответствуют моделям различных сред и материалов (рис. 3.4):

4 – Максвелла  $M = H - N$ ;

5 – Фойгта  $F = H|N$ ;

6 – стандартного линейного тела  $S_t = H_1 - (H_2|N)$ ;

- 7 – Алфрея  $A_f = H_1 - N_1 - (H_2 | N_2)$ ;  
 8 – Прандтля  $Pr = H_1 - (H_2 | K)$ ;  
 9 – Шведова  $S_w = H - (N | K)$ ;  
 10 – Денисова  $D = H_1 - (H_2 | N_2 | K)$ .

Система  $n$  последовательно соединенных элементов Фойгта образует обобщенную модель Фойгта (рис. 3.2).

Уравнения этих моделей можно вывести из соотношений (3.7)–(3.9) и условий совместности.

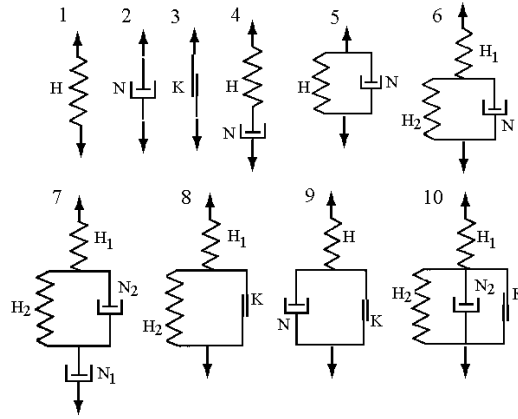


Рис. 3.4. Реологические модели: 1 – Гука, 2 – Ньютона, 3 – Кулона, 4 – Максвелла, 5 – Фойгта, 6 – стандартного линейного тела, 7 – Алфрея, 8 – Прандтля, 9 – Шведова, 10 – Денисова

#### Упруговязкие модели

Для модели 4 из (3.7) и (3.8) и условий  $\sigma = \sigma_H = \sigma_N$  получим уравнение  $\tau \dot{\sigma} + \sigma = \mu \dot{\epsilon}$ , в котором параметр  $\tau$  – период релаксации  $\tau = \mu/c$ . Придав деформации значение  $\epsilon(t) = \epsilon_0 = \sigma_0/c = \text{const}$ , получим уравнение релаксации напряжений  $\sigma = c \epsilon_0 \exp(-t/\tau)$ .

Для модели 5 с учетом условий  $\epsilon = \epsilon_H = \epsilon_N$ ,  $\sigma = \sigma_H + \sigma_N$  получим уравнение  $\sigma/c = \tau \dot{\epsilon} + \epsilon$ , в котором  $\tau$  – время запаздывания  $\tau = \mu/c$ . Приложив скачок напряжения  $\sigma_0 = \text{const}$ , получим формулу изменения (запаздывания) деформации  $\epsilon = \frac{\sigma_0}{c} [1 - \exp(-t/\tau)]$ , стремящейся к равновесному значению  $\sigma_0/c$ .

Модель 6 объединяет свойства релаксации и последействия и имеет уравнение  $\dot{\sigma} + (c_1 + c_2)\sigma/\mu = c_1(\dot{\epsilon} + c_2\epsilon/\mu)$ , в котором жесткость  $c_1$  можно назвать мгновенным, а величину  $c_1 c_2 / (c_1 + c_2)$  – длительным модулем упругости.

Когда представляет интерес некоторый фиксированный диапазон времен запаздывания, хорошим приближением является четырехпараметрическая модель 7. Здесь элементом  $N_1$  может быть воспроизведена остаточная деформация. Данная модель, обобщающая модели Фойгта, Максвелла и линейного стандартного тела, может быть использована при решении волновых задач динамики грунтов, а также когда требуется применение указанных частных моделей. Уравнение модели следующее

$$\dot{\sigma} = c_1 \left( \dot{\epsilon} + \frac{c_2}{\mu_2} \epsilon_{H2} - \frac{\mu_1 + \mu_2}{\mu_1 \mu_2} \sigma \right), \quad \dot{\epsilon}_{H2} = \frac{\sigma - c_2 \epsilon_{H2}}{\mu_2}.$$

#### Упруго-вязкопластические модели

Модели 8 соответствует упругопластическая диаграмма *Прандтля* с упрочнением. При введении параллельно элементу  $H_1$  демпфирующей вязкости  $N$  структурная формула изменится  $Pr = (H_1 | N) - (H_2 | K)$ , и уравнения таковы

$$\sigma = c_1 \varepsilon_1 - \mu \dot{\varepsilon}_1, \quad \dot{\varepsilon}_1 = \dot{\varepsilon} [ |\sigma - c_2(\varepsilon - \varepsilon_1)| < \sigma_T ],$$

$$\mu \dot{\varepsilon}_1 + (c_1 + c_2) \varepsilon_1 = c_2 \varepsilon + \sigma_T \operatorname{sgn}(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_1) \quad (\dot{\varepsilon} \neq \dot{\varepsilon}_1, \mu \neq 0),$$

где жесткость  $c_1$  соответствует модулю упругости,  $c_1 c_2 / (c_1 + c_2)$  – модулю упрочнения,  $\sigma_T$  – пределу текучести материала.

В модели 9 упругость заменена вязкостью.

Модель 10 *Денисова*  $D = (H_1|N_1) - (H_2|N_2|K)$ , обобщающая модели 8 и 9, с демпфирующей вязкостью  $N_1$  (на рис. 3.4 вязкость  $N_1$  не показана) в комбинации с логическим оператором, контролирующим кавитационные эффекты (разрыв сплошности грунтовой среды) имеет уравнения

$$\sigma = c_1 \varepsilon_1 + \mu_1 \dot{\varepsilon}_1, \quad (3.10)$$

$$\dot{\varepsilon}_1 = \dot{\varepsilon} (|R| < \sigma_T, R = c_1 \varepsilon_1 + \mu_1 \dot{\varepsilon}_1 - c_2 \varepsilon_2), \quad (3.11)$$

$$(\mu_1 + \mu_2) \dot{\varepsilon}_1 + (c_1 + c_2) \varepsilon_1 = \mu_2 \dot{\varepsilon} + c_2 \varepsilon + \sigma_T \operatorname{sgn} \dot{\varepsilon}_2 \quad (\dot{\varepsilon}_2 = \dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_1 \neq 0), \quad (3.12)$$

$$\sigma_T = \begin{cases} \sigma_+^{(1)} & (R > 0) \\ \sigma_+^{(2)} & (R < 0) \end{cases}. \quad (3.13)$$

Здесь  $R$  – давление в элементе К при  $\dot{\varepsilon}_2 = 0$ , то есть без проскальзывания. Считается, что  $\mu_1 \ll \mu_2$ . При нагружении поведение, близкое к упругому, ограничено величиной  $\sigma_+$ , за пределами которой проявляются упруго-вязкопластические свойства. При высоких давлениях  $\sigma \gg \sigma_+$  влияние  $\sigma_+$  мало и упруговязкое поведение модели соответствует обобщенной модели Фойгта с двумя временами запаздывания. Чтобы в данном случае воспроизвести экспериментальные значения остаточной деформации, параметру  $\sigma_+$  достаточно (в процессе разгрузки) придать повышенное значение. В программной реализации величине  $\sigma_+$  придается одно из двух значений  $\sigma_+^{(1)}$  при нагружении и  $\sigma_+^{(2)}$  при разгрузке. Наличие диссипативных элементов приводит к набору диаграмм  $\sigma$ - $\varepsilon$ , форма которых зависит от режима деформирования. При высоких скоростях деформации и малых  $\mu_1$  верхняя огибающая диаграмм будет соответствовать диаграмме верхнего звена  $(H_1|N_1)$ , слабо зависящей от скорости. При медленном деформировании свойства среды выражаются структурной формулой  $H_1 - H_2|K$ . Данной моделью обобщаются тела Максвелла, Фойгта, Прандтля, Шведова и стандартное линейное тело.

Логические операторы модели контролируют кавитационные эффекты, – разрыв сплошности среды при превышении растягивающими напряжениями предела прочности на разрыв, – и устанавливают моменты времени смыкания трещин в процессе вычисления размеров каверн. При первичном нагружении  $\varepsilon_2 = 0$ , и поведение среды определяется соотношениями (3.10) и (3.11). С момента  $t = t_*$  нарушения условия для (3.11) интегрируется уравнение (3.12) с учетом переходного условия  $\operatorname{sgn} \dot{\varepsilon}_2(+t_*) = \operatorname{sgn} R(-t_*)$  и непрерывности  $\varepsilon_1$ . Затем, если в процессе разгрузки нарушается условие для (3.12), контролируемое изменением знака скорости  $\dot{\varepsilon}_2$ , трение в К прекращается и осуществляется возврат к (3.11), причем деформация  $\varepsilon_2$  остается постоянной пока  $\dot{\varepsilon}_2 = 0$  и т. д. Соотношение (3.13) вырабатывает значение  $\sigma_+$  в (3.12) и в условии для (3.11) при произвольных режимах  $\varepsilon(t)$ ; начальное значение  $\sigma_+ = \sigma_+^{(1)}$ . Полагается, что начальная деформация среды, сжатой бытовым давлением, обусловлена жесткостью элемента  $H_1$ , тогда как элемент  $H_2$  полностью разгружен за счет побочных релаксационных механизмов. Это условие начального статического равновесия соответствует превышению значения  $\sigma_+^{(1)}$  над бытовым давлением, что в общем случае приводит к градиентности по параметру  $\sigma_+$ .

Модель 10 для давлений в грунте до 1–1,5 МПа использована в программе «W». В динамике грунтов может быть также использована модель мейзинг-типа (рис. 2.18) с параметрами: для сухих песков  $r = 3$  и  $\alpha = 0,05$  и для сильно сжимаемых глин  $r = 2$  и  $\alpha = 0,005$ .

### 3.2. ПРОЧНОСТЬ СООРУЖЕНИЙ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ОЧЕРТАНИЯ

В зоне, где преобладают воздействия ударной волны в вертикальном направлении, с пренебрежением горизонтальной компонентой к расчету сооружений возможно применение одномерной расчетной схемы. Такую схему часто применяют и при расчетах подземных сооружений на действие воздушных ударных волн, вызывающих в грунтовом массиве волны сжатия, дифрагирующие при взаимодействии с сооружениями. На расстояниях от эпицентра (центра) взрыва, где давление на фронте ударной волны  $\Delta P_\Phi \sim 0,5-1,0$  МПа, наклон  $\alpha$  фронта волны в мягком грунте, индуцируемой воздушной ударной волной, достаточно мал [ $\alpha = \arctg(a_0/D_\Phi) \sim 18-24^\circ$ ]. С ростом давления  $\Delta P_\Phi$  угол  $\alpha$  уменьшается и фронт волны сжатия становится почти параллельным поверхности грунта. Пренебрегая наклоном  $\alpha$ , приходим к одномерной расчетной схеме, которую на практике часто используют и при меньших давлениях (рис. 3.5).

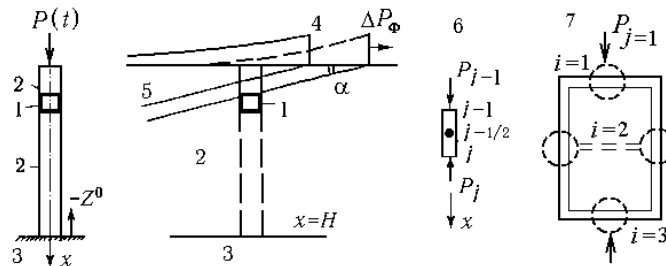


Рис. 3.5. Одномерная схема взаимодействия сейсмической волны и волны сжатия от взрыва с сооружением: 1 – подземное сооружение, 2 – мягкий грунт, 3 – граница области решения, 4 – воздушная ударная волна, 5 – фронт волны сжатия, 6 – элемент грунтовой среды, 7 – вариант трехмассовой схемы объекта,  $x$  – координата Лагранжа,  $Z^0$  – кинематическое возмущение от сеймики,  $P$  – давление от воздушной ударной волны

Далее рассмотрены задачи динамического расчета сооружений как твердых тел и деформируемых упругих и упругопластических систем, впаивных в грунтовой массив и взаимодействующих с сейсмозрывными волнами и волнами сжатия в грунтовой среде. Расчет основан на одномерных уравнениях механики сплошных сред в переменных Лагранжа с ориентацией на численную реализацию программными средствами. Программы, в основном, отличаются реологическими моделями сред, перекрывающими широкий диапазон состояний мягких, мерзлых грунтов и скальных пород.

#### 3.2.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ

Формулируется задача расчета заглубленного в грунт сооружения как деформируемой упругопластической системы. В расчетной схеме вводится координата Лагранжа  $x$  (рис. 3.5), направленная вдоль вектора ускорения свободного падения  $g$  с началом  $x = 0$ , совмещенным со свободной поверхностью грунтового слоя, мысленно разуплотненного снятием бытовых давлений, с плотностью  $\rho_0(x)$ .

Система уравнений в переменных Лагранжа включает уравнения волнового движения участков сплошной среды (между возможными трещинами)

$$\rho_0 \dot{v} = -p' + g\rho_0, \quad \dot{u} = v, \quad (3.14)$$

$$\varepsilon = -u', \quad (3.15)$$

$$Q_1 \{p\} = Q_2 \{\varepsilon\}, \quad (3.16)$$

уравнения динамики сооружения, граничные и начальные условия.

Здесь  $p$  – давление;  $u$  – смещение частиц вдоль координаты Лагранжа  $x$ ;  $v$  – массовая скорость частиц среды;  $\varepsilon$  – относительная деформация среды;  $Q_1$  и  $Q_2$  – дифференциальные операторы уравнения состояния модели среды;  $(*) = \partial(*)/\partial t$ ;  $(*)' = \partial(*)/\partial x$ .

Соотношения (3.16) реализованы для указанных выше моделей грунтовой среды.



Начальные условия определяются смещениями  $u(x, 0)$  и нулевыми скоростями  $\dot{u}(x, 0) = 0$ . Начальные смещения вычисляются с учетом сжатия среды бытовым давлением и весом сооружения.

Рассмотрим участок сплошной среды в слое.

Бытовое давление  $p(x) = g \int_0^x \rho_0(y) dy$  вызывает деформации  $\varepsilon = P/C_1$  и смещения частиц в слое

$$u(x, 0) = - \int_{l_0}^x \varepsilon(y) dy = -g \int_{l_0}^x C_1^{-1}(z) \int_0^z \rho_0(y) dy dz,$$

где  $l_0$  – высота слоя в разуплотненном состоянии. Примем заданными значения средней плотности  $\rho$  и высоты  $l$  сжатого слоя, тогда  $l_0 = l + u(0, 0)$  и  $\rho_0 = \rho l / l_0$ . При  $\rho_0 = \text{const}$  и  $C_1 = \text{const}$

$$u(0, 0) = \frac{1}{2} \rho_0 g l_0^2 / C_1, \quad l_0 = l / (1 - \frac{1}{2} g \rho l / C_1), \quad \rho_0 = \rho (1 - \frac{1}{2} g \rho l / C_1).$$

Заглубленное сооружение высотой  $h$  разделяет грунтовый слой на два подслоя. Нижний подслоя догружается весом сооружения, и начальные значения давлений и деформаций нижнего подслоя и начальные смещения и координаты для всего слоя корректируются соответствующими добавками.

Приведенные соотношения являются начальными условиями задачи с учетом бытовых давлений.

Граничные условия: при  $x = 0$  давления  $p = H(t - t_1) f_1(t - t_1)$  и при  $x = l_0$  скорости  $\dot{u} = H(t) f_2(t)$ , где  $H(t)$  – функция Хевисайда,  $t_1$  – фазовый сдвиг граничных функций. На контактах верхней и нижней границ сооружения со средой учитываются условия непрерывности давлений и смещений. Трение боковых стен с грунтом не учитывается. Функция  $f_1$  моделирует поверхностную взрывную нагрузку от воздушной ударной волны,  $f_2$  – кинематическое возмущение от сейсмических (сейсмозрывных) воздействий (скоростью смещения границы области решения).

Заглубленное сооружение смещается под действием волновых давлений, зависящих, в свою очередь, от его податливости – смещений и деформаций. Такая обратная связь является следствием взаимодействия сейсмозрывных волн в грунте с сооружением. Сооружение, расположенное в слое грунта, может быть схематизировано одно-, двух- или трехмассовой деформируемой системой.

### **Жесткое сооружение как одномассовая система**

Для достаточно жестких объектов, деформациями ограждающих конструкций которых в сравнении с перемещениями можно пренебречь, возможна схематизация сооружения твердой массой. При этом, пренебрегая также трением стен о грунт, уравнение движения таково:

$$\dot{v}_T = [p(x_B, t) - p(x_H, t)] / m_T + g. \quad (3.17)$$

Здесь  $m_T$  – удельная масса сооружения (на единицу площади в плане);  $v_T$  – его скорость;  $x_B$  и  $x_H$  – координаты верха покрытия и низа фундамента.

Уравнение (3.17) дает граничные условия для системы уравнений, описывающих движение грунта на двух участках в предположение совместности скоростей, перемещений и давлений на границах контакта.

### **Сооружение, схематизируемое двухмассовой системой**

Для уточненного расчета расположенного в слое грунта сооружения с учетом влияния его деформаций на нагрузки взаимодействия с сейсмозрывными волнами возможна схематизация двух- или трехмассовой системой (рис. 3.6). Рассмотрим взамен (3.17) соотношения динамики деформируемого сооружения, впаиванного в грунтовый столб, как двухмассовую систему, включив в сосредоточенную массу  $m_1$  приведенную массу покрытия, а в  $m_2$  – приведенную массу фундамента.

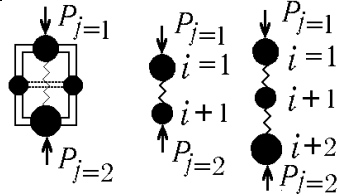


Рис. 3.6. Схематизация двух- или трех-массовой системой заглубленного сооружения, нагруженного волновыми давлениями в грунте на покрытие ( $P_{j=1}$ ) и фундаменте ( $P_{j=2}$ );  $i$  – индекс массы  $m_i$

Массу стен, продольными деформациями которых пренебрежем, распределим поровну, включив их также в  $m_1$  и  $m_2$ . Приведенная жесткость системы (упругой связи между массами) равна:  $N_0 = C_1/(1 + C_1/C_2)$ , где  $C_1$  и  $C_2$  – приведенные изгибные жесткости покрытия и фундамента (как последовательное соединение жесткостей). Реакция деформации связи  $R = C_1 T_1 = C_2 T_2 = N_0 T$ , где сближение масс  $T$  определяется через прогибы  $T_1$ ,  $T_2$  и перемещения масс  $u_1$  и  $u_2$

$$T = T_1 + T_2 = u_{(1)} - u_{(2)} \quad (3.18)$$

Далее величины  $m_i$  и  $C_i$  ( $i = 1, 2$ ) отнесены к единице площади сооружения. Обозначив через  $P_{*i}^0$  волновое давление на  $i$ -ю удельную массу, запишем уравнения движения

$$m_1 \dot{v}_{(1)} = P_{*1}^0 - N_0 T, \quad v_{(1)} = \dot{u}_{(1)}; \quad (3.19)$$

$$m_2 \dot{v}_{(2)} = -P_{*2}^0 + N_0 T, \quad v_{(2)} = \dot{u}_{(2)}. \quad (3.20)$$

С учетом выражения (3.18) уравнения (3.19) и (3.20) можно преобразовать к виду

$$m_1 \ddot{T} + N_0 T = P_{*1}^0 - m_1 \dot{v}_{(2)} \equiv P_{*1}; \quad (3.21)$$

$$m_2 \ddot{T} + N_0 T = P_{*2}^0 + m_2 \dot{v}_{(1)} \equiv P_{*2}. \quad (3.22)$$

Функция  $P_*$  представляет изменение расчетного давления на смещаемую и деформируемую системы. При положительных ускорениях  $\dot{v} > 0$  расчетное давление на покрытие (верхняя масса) меньше волнового давления, на фундамент – больше, а при  $\dot{v} < 0$  – наоборот. Величины  $m_1$  и  $m_2$  представляют приведенные массы покрытия и фундамента (например, в виде балочных плит). Коэффициенты приведения массы  $L_m = m/\bar{m}$ , нагрузки  $L_p = P_*/\bar{P}_*$  и приведенные жесткости  $C$  определяются по формулам (индексы для простоты опущены)

$$L_m = \frac{1}{l} \int_0^l X^2(x) dx; \quad L_p = \frac{1}{l} \int_0^l X(x) dx; \quad C = \frac{1}{l} \int_0^l D[X''(x)]^2 dx,$$

где  $l$  – пролет;  $X(x)$  – линия прогибов плиты;  $D$  – цилиндрическая жесткость сечения;  $\bar{m}$  – масса единицы площади;  $\bar{P}_*$  – давление в грунте на границе с конструкцией.

Приведенная жесткость может быть определена по значению частоты собственных колебаний плита  $\varphi$ , взятому из справочной литературы,  $C = L_m m_1 \varphi^2$ . Для шарнирно опертой балочной плиты  $L_p = 0,64$ ;  $L_m = 0,5$ ;  $N_0/L_p = 76,8D/l^4$ . Для защемленной по концам плиты  $L_p = 0,533$ ;  $L_m = 0,406$ ;  $N_0/L_p = 384D/l^4$ .

Если жесткость на изгиб фундамента намного больше жесткости покрытия, фундамент можно считать твердым. При этом в (3.20) и (3.22) коэффициенты приведения не вводят,  $T = T_1$ ,  $N_0 = C_1$ , и уравнения примут вид

$$L_m m_1 \ddot{T}_1 + N_0 T_1 = L_p P_{*1}; \quad (3.23)$$

$$m_2 \dot{v}_{(2)} = -P_{*2}^0 + N_0 T_1/L_p; \quad (3.24)$$

$$m_2 \ddot{T}_1 + N_0 T_1/L_p = P_{*2}. \quad (3.25)$$

Преобразуя уравнение (3.23) к виду (3.19), с учетом (3.18) и (3.24), получим

$$L_m m_1 \dot{v}_{(1)} + N_0 T_1 - L_p P_{*1}^0 - \frac{m_1}{m_2} (L_m - L_p) (N_0 T / L_p - P_{*2}^0) = 0. \quad (3.26)$$

Поведение системы дается уравнениями (3.24), (3.26) и (3.21), причем давления  $P_{*i}^0$  являются граничными функциями для уравнений движения грунта над и под сооружением. Заменой индексов можно выписать аналогичные соотношения для случая, когда жесткость покрытия существенно больше жесткости фундамента. Для обоих случаев можно записать

$$L_{mi} m_i \dot{v}_{(i)} - (-1)^i [L_{pi} (N_0 T / L_p - P_{*i}^0) - E_i] = 0, \quad (3.27)$$

$$E_i = (L_{mi} - L_{pi}) (N_0 T / L_p - P_{*3-i}^0) m_1 / m_{3-i}, \quad (3.28)$$

где  $i = 1, 2$  для верхней и нижней массы, и чтобы ввести  $L_p$  и  $L_m$  только для деформируемого элемента, используем функцию  $L_{ki}$  ( $k = m, p$ ), принимающую значение приведенных параметров или 1: если учитывается только деформация покрытия  $L_{k1} = L_k$ ,  $L_{k2} = 1$ , если только деформация фундамента  $L_{k1} = 1$ ,  $L_{k2} = L_k$ .

Для упругопластической системы с сопротивлением деформации сжатия  $R$ - $T$  по диаграмме Прандтля сопротивление одноэтапному сжатию определяется выражениями:

$$R = \begin{cases} N_0 T & (T \leq T_T) \\ R_T + G(T - R_T / N_0) & (T > T_T), \end{cases} \quad (3.29)$$

где  $N_0$  – жесткость;  $G$  – модуль упрочения;  $R_T = N_0 T_T$  – предельное сопротивление текучести при  $T = T_T$ .

Упругие разгрузки при  $T > T_T$  и повторные нагружения принимаются согласно формуле

$$R = R_* + N_0 (T - T_*) \quad (T < T_*), \quad (3.30)$$

где  $R_*$  и  $T_*$  – сопротивление и деформация в начале разгрузки с линии упрочения.

### Сооружение, схематизируемое трехмассовой системой

При моделировании сооружения трехмассовой системой крайние массы соответствуют деформируемым элементам, а средняя – стенам, податливостью которых в продольном направлении пренебрегается. Далее используются полученные выше некоторые соотношения двухмассовой схемы.

Уравнение движения верхней массы соответствует (3.23). Введя индекс  $i = 1$  для верхней массы (покрытия), заменив волновое давление  $P_{*2}^0$  реакцией связи  $N_{02} T_2 / L_{p2}$ , получим

$$L_{m1} m_1 \dot{v}_{(1)} + N_{01} T_1 - L_{p1} P_{*1}^0 - \frac{m_1}{m_2} (L_{m1} - L_{p1}) \left( \frac{N_{01}}{L_{p1}} T_1 - \frac{N_{02}}{L_{p2}} T_2 \right) = 0,$$

$$T_1 = u_{(1)} - u_{(2)}.$$

Вторая масса ( $i = 2$ ) будет двигаться только под действием реакций связей, а коэффициенты приведения для нее не вводятся, то есть имеем уравнение

$$m_2 \dot{v}_{(2)} - \frac{N_{01}}{L_{p1}} T_1 + \frac{N_{03}}{L_{p3}} T_3 = 0, \quad T_3 = u_{(2)} - u_{(3)},$$

где  $T_3$  – прогиб, а  $N_{03}$  – приведенная жесткость для фундамента.

Для третьей массы ( $i = 3$ ), используя уравнение (3.28), запишем

$$L_{m3} m_3 \dot{v}_{(3)} - N_{03} T_3 + L_{p3} P_{*3}^0 + \frac{m_3}{m_2} (L_{m3} - L_{p3}) \left( \frac{N_{03} T_3}{L_{p3}} - \frac{N_{01} T_1}{L_{p1}} \right) = 0,$$

где  $L_{m3}$  и  $L_{p3}$  – коэффициенты приведения для фундамента с удельной массой  $m_3$ , нагруженного волновым давлением  $P_{*2}^0$ .

Окончательные уравнения для трехмассовой системы:

$$\begin{aligned} L_{mi} m_i \dot{v}_{(i)} &= (-1)^i \left[ N_{0i} T_i - L_{pi} P_{*i}^0 - \frac{m_i}{m_2} (L_{mi} - L_{pi}) \times \right. \\ &\times \left. (N_{0i} T_i / L_{pi} - N_{04-i} T_{4-i} / L_{p4-i}) \right] \quad (i = 1, 3), \\ m_2 \dot{v}_{(2)} &= \frac{N_{01} T_1}{L_{p1}} - \frac{N_{03} T_3}{L_{p3}}, \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$T_1 = u_{(1)} - u_{(2)}, \quad T_3 = u_{(2)} - u_{(3)},$$

где давление  $P_{*i}^0 = P_j$  с индексом  $j$ , соответствующим координате, фиксирующей положение сооружения в грунтовом слое.

Для упругопластической системы реакция связей определяется соотношениями (3.29) и (3.30).

### 3.2.2. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ УРАВНЕНИЙ

Для численного решения сформулированная краевая задача сводится к задаче Коши (с начальными условиями) для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с независимой переменной  $t$ . Разобьем грунтовый столб вдоль  $x$  на конечные элементы с шагом  $\chi$ , и на их границах  $x_j = \chi \cdot j$  зафиксируем узловые точки  $j = 0, 1, 2, \dots, n$ . Система уравнений сохранения, отнесенная к конечному элементу среды (при центрировании инерционных свойств в точках  $x_{j\pm 1/2} = x_j \pm h/2$ , а деформационных – в  $x_j$ ), эквивалентна конечно-разностным уравнениям, если производные по координате в точках центрирования с помощью разностных операторов  $\Delta F_j = F(x_j + \chi) - F(x_j)$  и  $\nabla F_j = F(x_j) - F(x_j - \chi)$  аппроксимировать в виде  $P'_j = \nabla P_j / \chi$  и  $u'_j = \Delta u_{j-1/2} / \chi$ , а производные по времени полагать обыкновенными.

Система уравнений динамики грунта, в которую естественным образом включаются уравнения динамики сооружения, аппроксимирована в виде

$$\begin{aligned} \dot{v}_{j-1/2} &= -\nabla P_j / (\rho_0 \chi) + g, & \dot{u}_{j-1/2} &= v_{j-1/2}, \\ \varepsilon_j &= -\Delta u_{j-1/2} / \chi, & \mathcal{Q}_1 \{P_j\} &= \mathcal{Q}_2 \{\varepsilon_j\}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Начальные условия относятся к точкам центрирования.

Деформация в точке  $j = n$  на подвижной твердой границе определяется соотношением

$$\varepsilon_n = 2 \left( u_n - \int_0^t \mathbf{H}(z) f_2(z) dz \right) h^{-1},$$

а в точке  $j = 0$  – по формулам, соответствующим используемой модели, описывающей свойства грунтовой среды. Например, для обобщенной модели Фойгта с первым элементом, разрешенным относительно скорости деформации, – по следующему уравнению при давлении  $p_0(t)$  граничной функции  $f_1$

$$\dot{\varepsilon}_1 + \tau_1^{-1} \varepsilon_1 - p_0 / \mu_1 = 0.$$

При численном решении задачи используется метод сквозного счета с искусственной вязкостью. Поэтому параметр  $\mu_1$  может представлять значение искусственной вязкости. Числовым экспериментом установлено, что в данном случае вязкость  $\mu_1$ , достаточную для демпфирования флуктуаций в тонком слое слегка размазанного фронта волны, можно принимать из условия  $h_1 \equiv \chi(\rho_0 C_1)^{1/2} / \mu_1 \leq 5$ , причем шаг счета  $\Delta t$  определяется числом Куранта  $K \equiv \Delta S / h_1 = 1/2$ ;  $\Delta S \equiv \Delta t C_1 / \mu_1$  (при  $h_1 \geq 2$ ).

При переменном шаге  $\chi(x)$  по координате  $x$  целесообразно сохранить  $h_1 = \text{const}$ , для чего (при  $\rho_0 = \text{const}$ ) вязкость  $\mu_1$  распределяют пропорционально  $\chi$ . При этом  $\Delta t$  определяется минимальным значением  $\chi_{\min}$  и соответствует минимальной вязкости  $\mu_{\min} = \chi_{\min}(\rho_0 C_1)^{1/2}/h_1$ .

Для линейной вязкоупругой среды с моделью обобщенного тела Фойгта параметры численного счета определяют фойгтовым звеном с минимальным временем запаздывания, причем вязкость этого звена может иметь физический смысл, если число звеньев

в модели невелико. В противном случае параметры одного из звеньев всегда можно выбрать так, чтобы были удовлетворены указанные выше требования, то есть звено обладало свойствами искусственной вязкости. Этот случай не отличается от рассмотренного выше.

При небольшом числе аппроксимирующих фойгтовых звеньев может оказаться, что звено с наименьшим временем запаздывания имеет достаточно большую естественную вязкость  $\mu_1$ , а геометрия задачи не позволяет укрупнить  $\chi$  так, чтобы было  $h_1 \geq 2$ . Тогда при  $\chi = \text{const}$  решение устойчиво при числах  $K < 1/2$ , причем при  $h_1 < 2$  коэффициент  $K = [(1,5 h_1^2 h^2 + 1)^{1/2} - 1]/(2h_1)$ . При переменном шаге  $\chi$  используется значение  $K$ , соответствующее минимальному  $h_1$ .

Система уравнений интегрируется методом Рунге–Кутты четвертого порядка точности. Данный метод «сквозного счета» в волновых задачах (без выделения разрывов, связанных с ударными волнами в упругой среде), предусматривает введение искусственной вязкости, слегка размывающей скачки. В упруговязких средах эту роль выполняет естественная вязкость. Расчеты показали, что приемлемой точности счета для однозвенной модели Фойгта соответствует  $h_1 \leq 5$ . Для обобщенной модели Фойгта высокая точность обеспечивается при более крупном шаге  $\chi$ , при котором  $h_1 \sim 10$ . Для частных моделей сред (Максвелла и стандартного линейного тела) с последовательно включенной упругостью (и искусственной вязкостью) переходная зона при сквозном счете, заменяющая скачок давления, имеет допустимые пределы при  $h_1 = 5$ .

В связи с возможностью трещинообразования в грунтовой среде (кавитации) следует рассмотреть влияние диспергирования конечных элементов на точность воспроизведения волновых процессов в зависимости от размера элемента  $\chi$ .

Условия возникновения разрывов сплошности могут быть различными. Далее предполагается, что среда имеет предел прочности на разрыв  $\sigma$  с возможностью образованием трещины, причем давление в трещине равно нулю (затекание газа в трещины от действия граничного давления не принимаются во внимание). После смыкания трещины (без залечивания) в месте ее образования среда имеет нулевое сопротивление разрыву.

Условия образования и закрытия трещины проверяются в точках  $j$ , то есть на стыках дискретных элементов с учетом их индивидуального деформирования (ползучести). Вычислительная процедура сводится к следующему. На каждом временном шаге  $\Delta t$  численного интегрирования уравнений во всех  $j$  проверяется условие  $p_j(t_j^0) \leq |\sigma|$ . Его выполнение соответствует первичному разрыву сплошности в  $j$  в момент времени  $t_j^0$ , в связи с чем это значение  $j$  запоминается. При  $t > t_j^0$  для указанного значения  $j$  (с учетом непрерывности перемещений и массовых скоростей в момент перехода  $t_j^0$ ) по уравнению (3.32) при  $P_j = 0$  продолжают вычисления  $u_{j\pm 1/2}$  и по (3.16) – индивидуальные деформации  $\varepsilon_j$ , пока размеры трещин удовлетворяют условию

$$\delta_j^0 = u_{j+1/2} - u_{j-1/2} + \chi \varepsilon_j > 0 \quad (t_j^0 < t < t_j^{00}).$$

С момента  $t_j^{00}$  закрытия трещины  $[\delta_j^0(t_j^{00})]$  производится возврат к уравнениям сплошной среды. Последующие разрывы проверяются по условию  $p_j \leq 0$ .

Указанная процедура контроля производится непрерывно, что позволяет учитывать неоднократное появление и смыкание трещин. Таким образом, если для участков сплошной среды интегрируются уравнения движения (3.32), то для дискретных элементов, граничащих с трещинами, дополнительно интегрируется уравнение состояния модели грунта (3.6) при  $p_j = 0$  с вычислением индивидуальных деформаций  $\varepsilon_j$  ( $\mu_1 \neq 0$ ) [20].

Расчет прочности заглубленных рамных сооружений как твердых и деформируемых упругих и упругопластических (двухмассовой или трехмассовой) упругопластических систем по одномерной схеме может быть выполнен по программам «F» и «W». В программах учтен эффект несинхронного взаимодействия взрывных волн с покрытием и сейсмозврывных волн с фундаментом сооружения с контролем возможного отрыва фундамента от основания при вертикальных толчках [20].

В программе «F» использована модель наследственного типа, реализованная обобщенным телом Фойгта с произвольным числом звеньев дискретного спектра запаздывания (рис. 3.2). Учтена возможность воспроизведения пластического поведения включением нелинейности в виде деформированного спектра разуплотнения, отличного от исходного спектра уплотнения [19, 47, 48].

В программе «W» использован набор реологических моделей (рис. 3.7) из числа показанных на рис. 3.4. Программа позволяет воспроизводить динамику упруговязкопластической среды моделью типа Денисова, модифицированной включением демпфирующего элемента  $N_1$  и обобщающей тела Фойгта, Максвелла и более сложные модели (рис. 3.7). В программу также включена модель упругопластической среды с фиксированной диаграммой холодного сжатия и законом разуплотнения, зависящим от достигнутого при сжатии давления. Воспроизводится поведение слоистых и градиентных геологических разрезов с учетом эффектов трещинообразования (раскрытие и смыкание трещин) вследствие чрезмерных растягивающих напряжений. Предусмотрены также среды с нулевым сопротивлением разрыву.

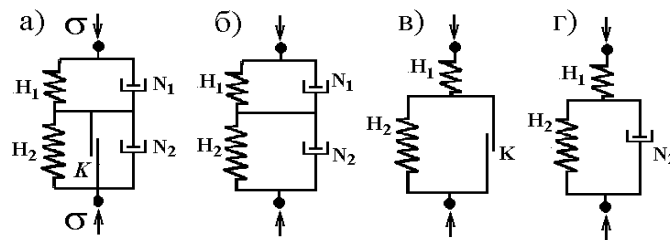


Рис. 3.7 Модели сплошной среды, использованные в программе «W»: а) упруговязкопластическая модель:  $H_1$  и  $H_2$  – упругие звенья с модулями упругости  $C_1$  и  $C_2$ ;  $N_1$  и  $N_2$  – вязкие звенья с коэффициентами вязкости  $\mu_1$  и  $\mu_2$ ;  $K$  – кулоново трение с пределом текучести  $\sigma_+$ ; б) двухэлементная упруговязкая модель Фойгта; в) упругопластическая модель Прандтля; г) «Стандартное линейное тело»

Результаты математического моделирования динамики заглубленных в грунт сооружений в широком диапазоне параметров, выдаются в виде спектров реакции (коэффициентов волнового взаимодействия и коэффициентов динамичности), применимых при проектировании сооружений.

Для оценки адекватности алгоритмов реальным процессам результаты расчетов по программам «W» и «F» сравнивались с экспериментами на заглубленных в грунт моделях сооружений прямоугольного очертания при действии взрывных нагрузок. Получена хорошая сходимость расчетных и экспериментальных результатов.

### 3.2.3. ИНВАРИАНТНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЙ И КОЭФФИЦИЕНТЫ ДИНАМИЧНОСТИ

В проектной практике прочность конструкций сооружений под действием взрывных нагрузок обычно оценивают расчетом статическими методами строительной механики по эквивалентным статическим нагрузкам, воспроизводящим эффект динамического нагружения посредством использования коэффициентов динамичности  $K_d$ . Так, для ударной волны с максимумом давления  $\Delta P_\Phi$ , действующей на упругую конструкцию, выполняют статический расчет на давление  $p_{\text{эkv}} = K_d \cdot \Delta P_\Phi$ . При нагружении конструкций с физически нелинейными свойствами (например, с учетом возможного перехода в стадию пластического деформирования) используют различные коэффициенты ди-

наличности к эквивалентным статическим нагрузкам для внутренних усилий, реакций и параметров напряженно-деформированного состояния.

Для конструкций с жесткими опорами, подверженных действию воздушной ударной волны, коэффициенты динамичности зависят от параметров конструкции и ударной волны. Но для конструкций заглубленных сооружений, «впаянных» в грунтовую среду, коэффициенты динамичности существенно зависят также от характеристик среды, трансформирующей ударную волну в волну сжатия с размытым фронтом и вызывающей изменения картины нагружения вследствие инерционных эффектов от смещений сооружения вместе со средой. В данном случае для эквивалентных нагрузок используют коэффициенты, учитывающие указанные выше эффекты.

Получение различных коэффициентов, применяемых для эквивалентных нагрузок, осуществляют серией расчетов по определению безразмерных функций динамичности, характеризующих изменения со временем давлений, параметров движения и напряженно-деформированного состояния, с фиксацией их экстремальных значений, представляющих указанные коэффициенты. В зависимости от моделей среды и объекта могут быть получены коэффициенты для волновых давлений на ограждающие конструкции заглубленного объекта без учета и с учетом смещений их опор, коэффициенты для опорных реакций конструкций, прогибов, деформаций и параметров движения (скоростей и ускорений).

Далее приведены зависимости некоторых коэффициентов к эквивалентным нагрузкам от безразмерных аргументов, полученные расчетом по программе «F» с использованием дискретного спектра запаздывания суглинистого грунта, аппроксимирующего ядро ползучести  $\Gamma$  уравнения состояния (3.16) наследственного типа

$$\varepsilon = \frac{P}{C} + \int_0^t \Gamma(t-t_1) p(t_1) dt_1. \quad (3.32)$$

Для граничного давления (при  $x=0$ ) принято выражение, аппроксимирующее ударную волну взрыва:

$$P_0(t) = \Delta P_\Phi (1-t/\theta) \exp(-\beta t/\theta). \quad (3.33)$$

Функции динамичности определялись для жесткой и двухмассовой упругой и упругопластической систем в зависимости от безразмерного времени  $s = t/\tau$  как отношения размерного времени ко времени главного максимума дискретного спектра запаздывания модели грунта.

### Коэффициенты для жестких систем

Для заглубленных сооружений с обеспеченной прочностью от действия взрывных нагрузок деформации ограждающих конструкций могут быть небольшими и их влияние на процесс взаимодействия с волнами сжатия в грунте окажется незначительным. Для таких достаточно жестких объектов, деформациями которых можно пренебречь, решением системы уравнений (3.14), (3.15), (3.17) и (3.32) получены значения коэффициента

$$K_B^0 = P_m / \Delta P_\Phi, \quad (3.34)$$

(называемого в дальнейшем коэффициентом волнового взаимодействия). Коэффициент представляет отношение расчетного максимума давления  $P_m$  в грунте на конструкцию и амплитуды внешнего взрывного давления  $\Delta P_\Phi$ .

Безразмерные аргументы задачи сформированы с использованием следующей системы определяющих параметров. Характеристики объекта:  $m_t$  – удельная масса ( $\text{кг}/\text{м}^2$ ),  $h$  и  $x_b$  – высота и координата верхней грани (м). Нагрузка:  $\Delta P_\Phi$  – давление (Па),  $\theta$  – длительность (с) и  $\beta$  – коэффициент угасания давления со временем. Грунтовый слой:  $x^*$  – толщина (м),  $\rho_0$  – плотность ( $\text{кг}/\text{м}^3$ ),  $C$  – мгновенный модуль упругости (Па),  $\Phi_m$  – равновесная податливость спектра запаздывания ( $\text{Па}^{-1}$ ) с временем  $\tau$  (с) его главного максимума и фойгтовым звеном с минимальным временем запаздывания  $\tau_1$  (с);  $g$  – ускорение свободного падения ( $\text{м}/\text{с}^2$ ).

Коэффициенты волнового взаимодействия определяются как экстремумы функций динамичности от аргументов в виде

$$K_B^0 = F(\bar{H}_1, \bar{h}, \bar{\theta}, \bar{M}, \bar{X}, \bar{C}, \beta, \bar{\tau}, \bar{\varphi}, \bar{P}), \quad (3.35)$$

$$\bar{H}_1 = x_B/x_*, \quad \bar{h} = h/x_*, \quad \bar{\theta} = \theta/\tau_1,$$

$$\bar{M} = m_T/[\rho_0(x_* - h)], \quad \bar{X} = x_*\sqrt{\rho_0/C}/\tau_1,$$

$$\bar{C} = C/\Delta P_\Phi, \quad \beta, \quad \bar{\tau} = \tau/\tau_1, \quad \bar{\varphi} = \varphi_m C, \quad \bar{P} = \Delta P_\Phi/[\rho_0 g(x_* - h)].$$

В расчетах варьировались параметры  $\bar{H}_1$ ,  $\bar{M}$  и  $\bar{\theta}$ , характеризующие относительное положение и массу объекта в слое, а также время фазы сжатия взрывной волны при неизменных значениях  $h = 3$  м,  $x_* = 7,5$  м,  $\rho_0 = 1770$  кг/м<sup>3</sup>,  $C = 147$  МПа,  $\tau = 4$  мс,  $\tau_1 = 0,104$  мс,  $\varphi_m = 0,1822$  МПа<sup>-1</sup>,  $\Delta P_\Phi = 0,1$  МПа,  $\beta = 2,2$  и  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>, то есть при постоянных инвариантах  $\bar{h} = 0,4$ ,  $\bar{X} = 250$ ,  $\bar{\tau} = 38,5$  и  $\bar{\varphi} = 26,8$ . Варьирование величины  $\bar{\theta}$  при фиксированных  $\bar{C} = 1,47 \cdot 10^3$  и  $\bar{P} = 1,28$ , содержащих амплитуду граничного давления, позволяет получать значения коэффициентов  $K_B^0$  при различных воздействующих взрывных импульсах как интегралах функции (3.33) в пределах  $0-\theta$ .

На рис. 3.8 приведены зависимости коэффициентов  $K_B^0$  от параметров  $\bar{H}_j$  ( $j = 1, 2$ ),  $\bar{M}$  и  $\bar{\theta}$  для покрытия и фундамента сооружения ( $\bar{H}_2 \equiv \bar{H}_1 + \bar{h}$ ). На графиках заметно проявление комбинации эффектов угасания давления с глубиной и увеличения давления в результате отражения волны сжатия от покрытия (возрастающего с  $\bar{M}$ ) и скального основания. Влияние свободной поверхности, сказывающееся в разгрузке слоя, более существенно при малых  $\bar{H}_j$  и особенно  $\bar{\theta}$ . При  $\bar{\theta} \leq 40$  ( $j = 1$ ) доминируют эффекты угасания и разгрузки, в связи с чем  $K_B^0$  убывает с ростом  $\bar{H}_j$ . При  $\bar{\theta} = 255$  для легкой системы ( $\bar{M} = 0,0628$ ) более существенно отражение от скалы, в связи с чем коэффициент  $K_B^0$  ( $j = 1, 2$ ) возрастает.

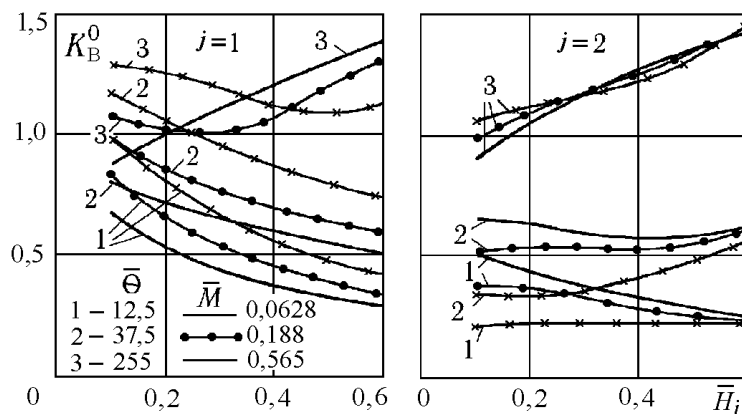


Рис. 3.8 Зависимость коэффициентов  $K_B^0(\bar{H}_j, \bar{M}, \bar{\theta})$  для покрытия ( $j = 1$ ) и фундамента ( $j = 2$ ) от положения жестких сооружений различной массы при трех длительностях ударной волны

Для тяжелых систем давление отражения на них ( $j = 1$ ) становится доминирующим, лишь начиная с некоторых глубин. Различие в коэффициентах  $K_B^0$  для  $j = 2$  уменьшается с ростом длительности нагрузки и глубины  $\bar{H}_j$ .

Приведенные данные для достаточно широких диапазонов исходных параметров могут применяться для приближенной оценки прочности ограждающих конструкций жестких сооружений по волновым нагрузкам  $P_m = K_B^0 \cdot \Delta P_\Phi$  с учетом времени нагружения методами динамики сооружений.



### Коэффициенты для упругих систем

Поскольку ограждающие конструкции смещаются совместно с сооружением в грунте и в общем случае могут получать заметные деформации, в уточненном анализе расчетные нагрузки на конструктивные элементы определяются с учетом их деформирования и общих смещений объекта за счет податливости оснований. При этом, кроме коэффициентов  $K_B^0$ , могут быть определены комплексные коэффициенты для эквивалентных статических нагрузок, учитывающие волновое взаимодействие с объектом, инерционные эффекты его смещений и динамическую деформативность конструкций.

Для двухмассовой упругой системы полная масса разделяется на две  $m_T = m_1 + m_2$ , и к рассмотренной в п. 50.2.2.1 системе определяющих параметров, выписанной выше для твердого тела, добавляются жесткость  $N_0$  линейной связи и удельная масса  $m_1$ . Кроме того, изменен аргумент  $\bar{M}$ . Дополнительные аргументы в (3.35) приняты в виде  $\bar{\omega} = \tau \sqrt{N_0/m_1}$ ,  $\bar{m} = m_1/m_T$ .

В проведенных расчетах функции динамичности волнового давления  $p_j^0(s) = p_{*j}^0(s)/\Delta P_\Phi$  и деформаций объекта  $T^0(s) = T(s)N_0/\Delta P_\Phi$  определены при варьировании  $\bar{\omega}$ ,  $\bar{m}$  и  $\bar{M} = m_T/(\rho_0 x_1)$ , где  $p_{*j}^0$  – размерные давления на элементы объекта.

Относя максимумы функции  $p_j^0(s)$  к давлению  $\Delta P_\Phi$ , получим аналогичные предыдущим коэффициенты волнового взаимодействия  $K_B^0$  (рис. 3.9). Далее введены коэффициенты взаимодействия с учетом инерционных эффектов за счет ускоренных смещений объекта.

Как видно из уравнения колебаний покрытия (3.21), представленного в виде

$$\ddot{T} + \frac{N_0}{m_1} T = P_{*1}/m_1, P_{*1} = P_{*1}^0 - m_1 \dot{v}_{(2)},$$

деформирующее конструктивный элемент давление  $P_{*1}$  меньше волнового давления  $P_{*1}^0$  на величину, пропорциональную ускорению опорной массы  $\dot{v}_{(2)}$ , то есть опор конструкции. Поэтому отношение экстремума функции  $P_{*1}$  (расчетного давления на конструкцию  $P_{*max}$ ) к давлению  $\Delta P_\Phi$  дает уточненный коэффициент взаимодействия  $K'_B$ ,

$$K'_B = P_{*max} / \Delta P_\Phi, \tag{3.36}$$

учитывающий волновое давление и смещения объекта (рис. 3.9). Для фундамента деформирующее давление, как это видно из (3.31), также зависит от смещений опор  $P_{*2} = P_{*2}^0 + m_2 \dot{v}_{(1)}$ .

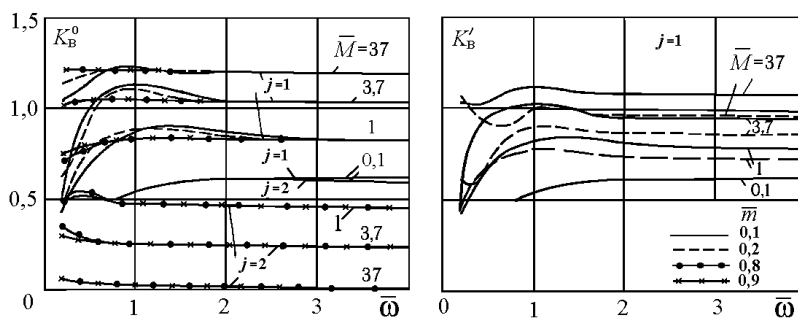


Рис. 3.9. Коэффициенты взаимодействия  $K_B^0$  для покрытия ( $j = 1$ ) и фундамента ( $j = 2$ ) без учета и  $K'_B$  для покрытия – с учетом смещений заглубленного сооружения как упругой системы в зависимости от  $\bar{M}$ ,  $\bar{m}$  и  $\bar{\omega}$

Очевидно  $K'_B < K_B^0$  для верхней ( $j = 1$ ) и  $K'_B > K_B^0$  для нижней ( $j = 2$ ) масс. Влияние смещений системы заметно при  $\bar{M} \gg 1$  на всем рассматриваемом диапазоне  $\bar{\omega}$  и проявляется в зависимости  $K'_B$  от  $\bar{m}$  (коэффициент  $K_B^0$  практически не зависит от  $\bar{m}$  при  $\bar{\omega} > 3$  для  $\bar{M} = 1$  и  $\bar{\omega} > 1,2$  для  $\bar{M} = 3,7$ ). Оба коэффициента стабилизируются при достижении некоторых характерных для  $\bar{m}$  и  $\bar{M}$  значений  $\bar{\omega}$ . Переходу к стабильным значениям  $K'_B$  в диапазоне  $\bar{\omega} > 2,4$  соответствует эффект «отвердения» деформируемой системы. Различие в коэффициентах взаимодействия для верхней и нижней масс уменьшается с  $\bar{M}$ . При  $\bar{M} = 0,1$  различие в  $K_B^0$  для  $j = 1$  и  $j = 2$  не превышает 3% для любых  $\bar{\omega}$  и  $\bar{m}$ , причем  $K'_B \sim K_B^0$ . Влияние  $\bar{\omega}$  более существенно для давления на верхнюю массу (при  $\bar{m} \ll 1$ ), а диапазон влияния расширяется с убыванием  $\bar{M}$ .

Коэффициент  $K'_B$  используется для уточненного определения эквивалентных нагрузок, что дает возможность статическими методами сопротивления материалов определить опорные реакции, внутренние усилия, прогибы, деформации и напряжения конструктивного элемента с конкретной схемой опорных закреплений, с учетом указанных выше коэффициентов для приведенных масс, жесткостей и нагрузок.

При необходимости расчетной проверки не превышения динамическими прогибами допустимых (нормируемых) значений обычно используют коэффициенты динамичности нагрузки для прогибов  $K_B$  как экстремумов функции  $T^0(s)$ . Коэффициент  $K_B \equiv (T^0)_{\max}$  (рис. 3.10) характеризует амплитуду деформации системы с учетом волнового взаимодействия, инерционных эффектов от смещения объекта в слое и взаимного смещения масс  $m_j$ , то есть является наиболее информативным.

Сравнение графиков показывает, что диапазону влияния инерции деформации упругой системы для  $\bar{M} \gg 1$  соответствует  $\bar{\omega} < 2,0 - 2,5$ . При  $\bar{M} = 0,1$  коэффициент  $K_B \sim K_B^0$ , то есть деформация системы копирует волновое давление в масштабе  $N_0$ .

С помощью приведенных графиков можно найти величину  $\Delta P$  снижения расчетной нагрузки за счет смещения сооружения. Это снижение приблизительно равно разности коэффициентов  $K_B^0$  и  $K'_B$ .

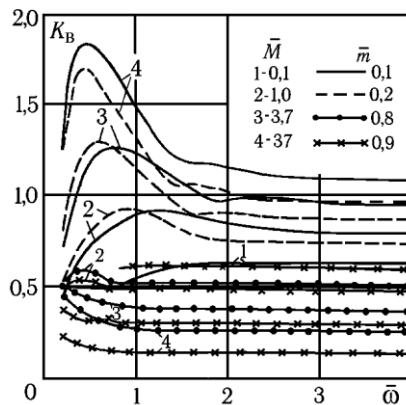


Рис. 3.10. Коэффициенты динамичности прогиба  $K_B$  с учетом смещений заглубленного сооружения и упругих деформаций покрытия ( $j = 1$ ) в зависимости от  $\bar{M}$ ,  $\bar{m}$  и  $\bar{\omega}$

В зависимости от параметра  $\bar{\omega}$  и массовых характеристик величина  $\Delta P$  может изменяться в достаточно широких пределах. Например, при  $\bar{M} = 1$  снижение давления меняется от 5% (для  $\bar{m} = 0,1$ ) до 13% (при  $\bar{m} = 0,2$ ).

Проведены расчеты  $K_B$  с введением коэффициентов приведения для покрытия как шарнирно опертой балочной плиты при  $\bar{m} = 0,1$ . Для сопоставимости полагалось  $\bar{\omega} = \tau\phi_1$ , где  $\phi_1$  – аналог частоты основного тона собственных колебаний приведенной системы  $\phi_1 = \sqrt{N_0/(L_m m_1)}$ . Расчеты показали, что поправки дают слабое уменьшение  $K_B$  в области малых значений  $\bar{\omega}$ . С ростом  $\bar{M}$  и  $\bar{\omega}$  отклонение  $K_B$  от полученных выше значений убывает. Так, при  $\bar{M} = 3,7$  и  $\bar{\omega} = 0,4; 0,8$  и  $1,2$  отклонение (отрицатель-

ное) составило 9; 3 и 0,5%, а при  $\bar{M} = 37$ ,  $\bar{\omega} = 0,4$  и  $0,8$  отклонение было 1,7 и 0,5%. Поэтому полученные выше коэффициенты взаимодействия упругих конструкций с небольшой ошибкой (в запас расчета) характеризуют эквивалентные нагрузки на изгибаемые элементы заглубленных сооружений.

При больших значениях  $\bar{\omega}$  поведение деформируемой системы в связи с эффектом «отвердевания» инвариантно относительно величин  $\bar{m}$  и  $\bar{\omega}$ , что позволяет исключить  $\bar{m}$  и  $\bar{\omega}$  из числа параметров и рассматривать объект как недеформируемое тело. Данный случай рассмотрен выше.

### Коэффициенты для упругопластических систем

При повышенных нагрузках напряжения в материалах конструкций заглубленных сооружений могут выходить за пределы упругости. Для упругопластической системы с сопротивлением деформации по диаграмме Прандтля согласно соотношениям (3.29) и (3.30) в систему определяющих параметров включается два параметра: модуль упрочения  $G$  и предельное сопротивление текучести  $R_T$ . Дополнительные инварианты таковы:  $\bar{G} = G/E$  и  $\bar{K} = R_T/\Delta P_\Phi$ .

Определены функции динамичности давлений на покрытие и фундамент  $\bar{P}_j \equiv P_j^0$ , сопротивления деформированию  $\bar{R} = 2R/\Delta P_\Phi$  и деформаций сооружения  $T^0$ , деформаций грунта  $\bar{\varepsilon} = \varepsilon/(\varphi_m \Delta P_\Phi)$ , скорости смещения сооружения и массовых скоростей грунта  $\bar{v} = v\tau/u_*$ , где  $u_* = \bar{\omega}_2 \bar{m}_1 \Delta P_\Phi / N_0$ ,  $x_0 = \tau/\sqrt{\rho_0 \varphi_m}$ .

Расчет проведен на сетке шагом  $\chi = 0,15$  м при  $C' = 147$  МПа,  $G = 0$  и  $x_1/x_* = 0,13$  ( $\ll 1$ ), что сводило к минимуму влияние волны, отраженной от скалы (условия, близкие к полупространству).

Анализом функций динамичности для сооружения как упругопластической системы при  $\bar{K} = 0,8$ ;  $\bar{m}_1 = 2,242$ ;  $\bar{m}_1/\bar{m}_2 = 0,3$ ;  $\bar{\omega} = 2$ ;  $\bar{x}_1 = 2,018$  и  $\bar{\theta} = 37,5$  и для сравнения для сооружения с деформациями в пределах упругой стадии ( $\bar{K} \geq 1,4$ ) установлено следующее. Система с  $\bar{K} = 1,4$  не получила пластических деформаций, поскольку максимум реакции в ней не достигает предельного сопротивления ( $\bar{K} > \bar{R}_{\max} = 1,36$ ). При  $\bar{K} = 0,8$  система работает в стадии пластического деформирования в интервале  $1,7 < s < 4,7$ , а затем происходят ее упругие колебания. Максимум волнового давления  $\bar{P}_1$  на упругую систему превысил на 16% давление на пластическую систему, причем последнее на 31% выше величины  $\bar{K}$ , что объясняется инерцией смещения массы  $\bar{m}_1$ . Еще более существенно влияние инерции смещения массы  $\bar{m}_2$ , вследствие чего и благодаря быстрому убыванию граничной нагрузки давление  $\bar{P}_2$  под системой не превышает 0,45.

Функция динамичности деформаций впадной системы существенно зависит от параметра  $\bar{K}$ . С убыванием  $\bar{K}$  растут остаточная деформация и амплитуда, представляющая коэффициент динамичности деформации  $K_B$ . При  $K_B < \bar{K}$  система работает в пределах упругих деформаций, и  $K_B$  представляет также отношение максимума внутренних усилий в системе к величине  $\Delta P_\Phi$ . Иными словами, если при  $K_B < \bar{K}$  коэффициент  $K_B$  определяет эквивалентную статическую нагрузку по внутренним усилиям и деформациям, то при  $K_B > \bar{K}$  он соответствует эквивалентной нагрузке по деформациям, а коэффициентом динамичности по усилиям является параметр  $\bar{K}$ .

Числовым экспериментом получены зависимости  $K_B$  от  $\bar{\omega}$  для систем с различными  $\bar{m}_i$  и  $\bar{K}$  для трех пар значений  $\bar{x}_1$ ,  $\bar{x}_*$  и трех времен  $\bar{\theta}$ ; параметр  $\bar{\omega}$  варьировался в диапазоне 0,4–4,0 (рис. 3.11).

Часть расчетов ограничена упругой стадией работы систем ( $K_B \leq \bar{K}$ ), и по экспериментальным значениям коэффициента  $K_B$  установлены минимальные величины  $\bar{K}_{\min}$ ,

при которых системы не получают пластических деформаций. Сводка данных для этой серии расчетов представлена в табл. 3.1 и 3.2.

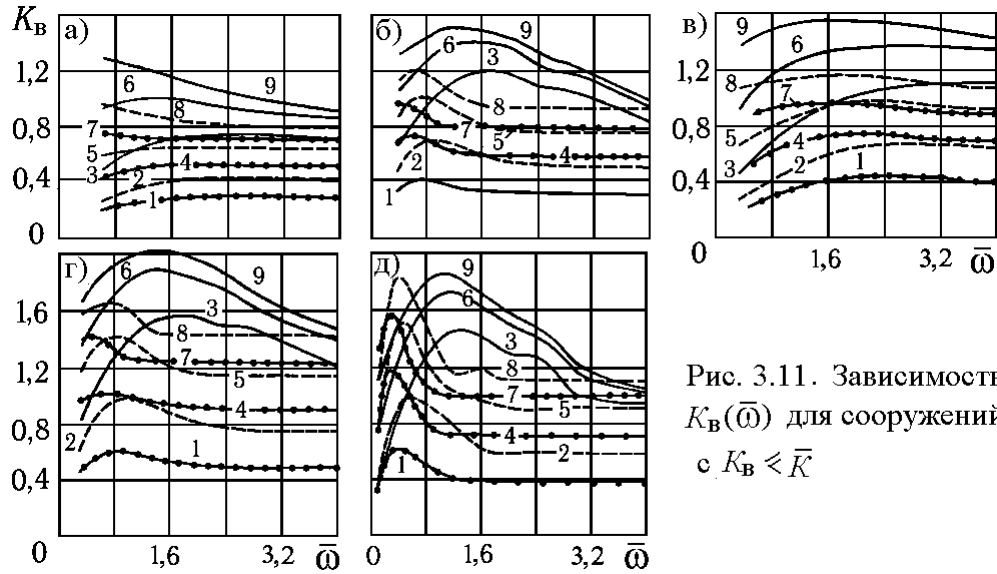


Рис. 3.11. Зависимость  $K_B(\bar{\omega})$  для сооружений с  $K_B \leq \bar{K}$

Таблица 3.1. Геометрия задачи и длительность импульса (для коэффициентов на рис. 3.11)

№ кривой	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\bar{x}_1$	13,45	6,73	2,02	13,45	6,73	2,02	13,45	6,73	2,02
$\bar{x}_1 / \bar{x}_*$	0,23	0,33	0,13	0,23	0,33	0,13	0,23	0,33	0,13
$\bar{\theta}$	12,5	12,5	12,5	37,5	37,5	37,5	112,5	112,5	112,5

Из приведенных данных следует, что при равных значениях  $\bar{m}_1$  и  $\bar{\omega}$  коэффициент  $K_B$  растет вместе с параметрами  $\bar{m}_2$  и  $\bar{\theta}$  в связи с уменьшением влияния соответственно смещений массы  $\bar{m}_2$  (то есть податливости системы в целом) и волны разгрузки, излучаемой свободной поверхностью. Влияние массы  $\bar{m}_1$  сказывается на форме функции  $K_B(\bar{\omega})$ , максимум которой смещается в направлении возрастания  $\bar{\omega}$  при уменьшении  $\bar{m}_1$ .

Таблица 3.2. Предельные значения коэффициента  $\bar{K}_{\min}$ , при которых система не получает пластических деформаций

Рис. 3.11	$\bar{m}_1$	$\bar{m}_2$	Значения $\bar{K}_{\min}$ для кривых 1–9								
			1	2	3	4	5	6	7	8	9
а	0,23	0,747	0,28	0,42	0,73	0,51	0,63	0,98	0,72	0,92	1,26
б	2,24	7,47	0,43	0,70	1,19	0,73	1,01	1,40	0,96	1,20	1,51
в	0,23	7,47	0,40	0,63	1,08	0,70	0,93	1,33	0,91	1,12	1,51
г	2,24	74,7	0,58	0,96	1,56	0,99	1,40	1,88	1,40	1,64	2,02
д	24,9	74,7	0,63	0,99	1,47	1,18	1,52	1,74	1,58	1,84	1,87

С ростом заглубления  $\bar{x}_1$  системы коэффициент  $K_B$  убывает повсюду, за исключением нескольких расчетных вариантов в узкой зоне у низкочастотной границы диапазона  $\bar{\omega}$ , причем для небольших заглублений ( $\bar{x}_1 = 2,02$ ) и особенно при малых длительностях нагрузки  $\bar{\theta}$  коэффициент  $K_B$  меняется в весьма широких пределах. Так, при  $\bar{m}_1 = 24,9$  и  $\bar{\theta} = 12,5$  коэффициент  $K_B$  меняется в диапазоне от 0,3 до 1,47.

На рис. 3.12 приведены графики коэффициента динамичности деформации  $K_B(\bar{\omega}, \bar{K})$  заглубленных в грунт сооружений с параметрами  $\bar{m}_1 = 2,23$ ,  $\bar{m}_2 = 7,47$  при взрывных импульсах различной длительности: а) кривые 1–4 –  $\bar{K} = 1,0; 0,8; 0,75$  и  $0,7$  ( $\bar{x}_1 = 2,02$  и  $\bar{x}_1/\bar{x}_* = 0,13$ ); кривая 4° –  $\bar{K} = 0,7$  ( $\bar{x}_1 = 6,73$  и  $\bar{x}_1/\bar{x}_* = 0,33$ ); б) кривые 1–7 –  $\bar{K} = 1,0; 0,9; 0,85; 0,84; 0,83; 0,82$  и  $0,8$  ( $\bar{x}_1 = 2,02$  и  $\bar{x}_1/\bar{x}_* = 0,13$ ); кривые 1° и 7° –  $\bar{K} = 1$  и  $0,8$  ( $\bar{x}_1 = 6,73$  и  $\bar{x}_1/\bar{x}_* = 0,33$ ). То есть приведенные зависимости соответствуют изменению  $\bar{K}$  от 0,7 до 1,0 для упругопластических систем при двух парах значений  $\bar{x}_1$ ,  $\bar{x}_*$  и двух временах  $\bar{\theta}$ .

Получено, что с увеличением заглубления  $\bar{x}_1$  коэффициент  $K_B$  резко уменьшается во всем диапазоне частот, вследствие чего пластические деформации на большей части диапазона  $\bar{\omega}$  несущественны или не возникают вовсе.

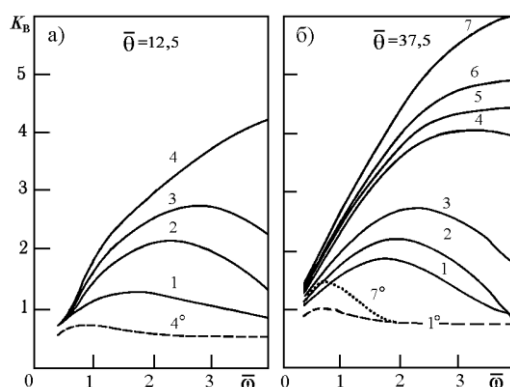


Рис. 3.12. Значения коэффициента  $K_B$  для упругопластических сооружений при взрывных импульсах различной длительности; кривым 1–7 соответствует диапазон  $\bar{K} = 0,7 - 1,0$

Наблюдается сильная чувствительность  $K_B$  к параметру  $\bar{K}$ , возрастающая со временем  $\bar{\theta}$ . Для фиксированного  $\bar{\theta}$  имеется некоторое критическое значение  $\bar{K}$ , при переходе через которое к его меньшим значениям заметен эффект динамической неустойчивости – резкий рост максимума пластической деформации при несущественном убывании  $\bar{K}$ . При  $\bar{\theta} = 12,5$  это значение  $\bar{K} \sim 0,73$ , а при  $\bar{\theta} = 37,5$  диапазон устойчивой работы системы сужается и критическая величина  $\bar{K}$  возрастает примерно до 0,82. Полученные результаты дают расчетную оценку динамических деформаций упругопластических конструкций методами статики упругих систем по эквивалентной статической нагрузке  $P_{эkv} = K_B \cdot \Delta P_\phi$  при давлениях  $\Delta P_\phi$  до  $\sim 0,4$  МПа.

### 3.2.4. РАСЧЕТ РАМНОГО СООРУЖЕНИЯ ПО ПРОГРАММЕ «W»

Работа программы иллюстрируется расчетом однопролетной рамы, заглубленной в мягкий грунт, на действие воздушной ударной волны с давлением  $\Delta P_\phi = 0,2$  МПа при длительности фазы сжатия  $\tau_+ = 0,5$  с. Сооружение схематизировано трехмассовой упругопластической системой с покрытием и фундаментом как однопролетных балочных плит с заземленными опорами. Глубина плиты покрытия сооружения 1,3 м. Высота сооружения 2,3 м, то есть фундаментная плита расположена на глубине 3,6 м. Скальная порода, подстилающая грунтовый слой, находится на глубине 13,6 м. В расчетах использована модель среды, схематически показанная на рис. 3.7,а. Интерфейс программы и некоторые результаты решения, представлены на рис. 3.13 – 3.15.

Из графиков изменения давлений в грунтовом слое видна картина взаимодействия проходящей в слое и отраженной от скалы волн сжатия, а также заметен эффект кратковременного возникновения пустот (трещин), вызванных разгрузкой, снимающей с покрытия и фундамента волновые давления в сумме с начальными статическими давлениями от веса грунта и объекта.

Важным результатом являются большие значения кратковременных ускорений сооружения: амплитуды инерционных перегрузок достигли опасных для человека величин 10–15 «ед. г».

Программа << W >> Ввод исходных данных

**Геометрия столба (слоя)**

Толщина обсыпки, м	1,3
Толщина слоя грунта в основании, м	10,0
Высота сооружения, м	2,3
Число элементов (масс) грунта в обсыпке (>=3)	13
Число элементов (масс) грунта в основании (>=3)	100

Расчет провести с учетом давлений от собственного веса

Жесткая масса на поверхности грунта не задана

---

**Нагрузка**

Задание давления аналитическое

Начало действия давления Тр,с 0

$P=P_m (1-(T-T_r)/T_{au})^{\Gamma} \text{Альфа} \cdot \exp(-\text{Бета}(T-T_r)/T_{au})$

Избыточное давление на фр. уд. волны Pm, Па	2e5
Длительность граничного давления T <sub>au</sub> , с	0,5
Константа Альфа, регулин. угасание давления	3.e0
Константа Бета, регулин. угасание давления	2.e0

Задание сейсмике не задана

---

**Сооружение** деформируемое трехмассовое

Удельная масса стен 1.92e2

**Покрытие** **Фундамент**

Покрытие

Удельная масса, кг/м<sup>2</sup> 1.21e2

Диаграмма деформирования упругопластич.с упрочнением

Жесткость в упругой стадии, Н/м <sup>3</sup>	1.862e7
Предельный упругий прогиб, м	2.2e-2
Жесткость в пластической стадии, Н/м <sup>3</sup>	1.e5
Предельный пластический прогиб, м	0.07
Жесткость в стадии упрочнения, Н/м <sup>3</sup>	1.e6
Предельный прогиб, м	2.2e-2
Коэффициент демпфирующей вязкости, Па*с	АВТОМАТИЧЕСКИ

Опоры балки защемленные

---

**Константы (основные характеристики)**

Коэффициенты приведения для участков диаграммы сопротивления конструкций

Опоры балки	Упругого		Пластического		Упрочнения	
	Нагрузки	Массы	Нагрузки	Массы	Нагрузки	Массы
Свободно опертые	0.64	0.504	0.64	0.427	0.64	0.427
Защемленные	0.533	0.406	0.533	0.356	0.533	0.356

ПАРАМЕТРЫ ГРУНТА

ВИД ГРУНТА	Предел проч. на разрыв, Па	ГРУНТ ОБСЫПКИ				ГРУНТ ОСНОВАНИЯ			
		Плотность Ро, кг/м <sup>3</sup>	С1, Па	С2, Па	Козф.вяз. Мю2, Па*с	Плотность Ро, кг/м <sup>3</sup>	С1, Па	С2, Па	Козф.вяз. Мю2, Па*с
Песок	0	1.471e3	3.628e7	7.845e6	2.55e4	1.716e3	1.04e8	2.256e7	7.355e4
Супесь	-2.942e4	1.569e3	5.541e7	9.022e6	2.746e4	1.765e3	1.667e8	2.775e7	8.434e4
Суглинок	-5.884e4	1.667e3	7.845e7	1.04e7	2.942e4	1.814e3	2.55e8	3.334e7	9.414e4

Предел текучести для грунта обсыпки Sig+, Па (напряжение)	1.961e3
Предел текучести для грунта основания Sig+, Па (напряжение)	4.903e3
Параметр для Sig+ грунта обсыпки (используется при разгрузке)	3.e-1
Параметр для Sig+ грунта в основании (используется при разгрузке)	3.e-1
Ускорение силы тяжести, м/с <sup>2</sup>	9.80665

Рис. 3.13. Моделирование заглубленной рамы как трехмассовой упругопластической системы в волне сжатия, индуцированной воздушной ударной волной, действующей на земную поверхность: интерфейс программы «W» с выдачей на монитор исходной информации по объекту, грунтовой среде и взрывной нагрузке

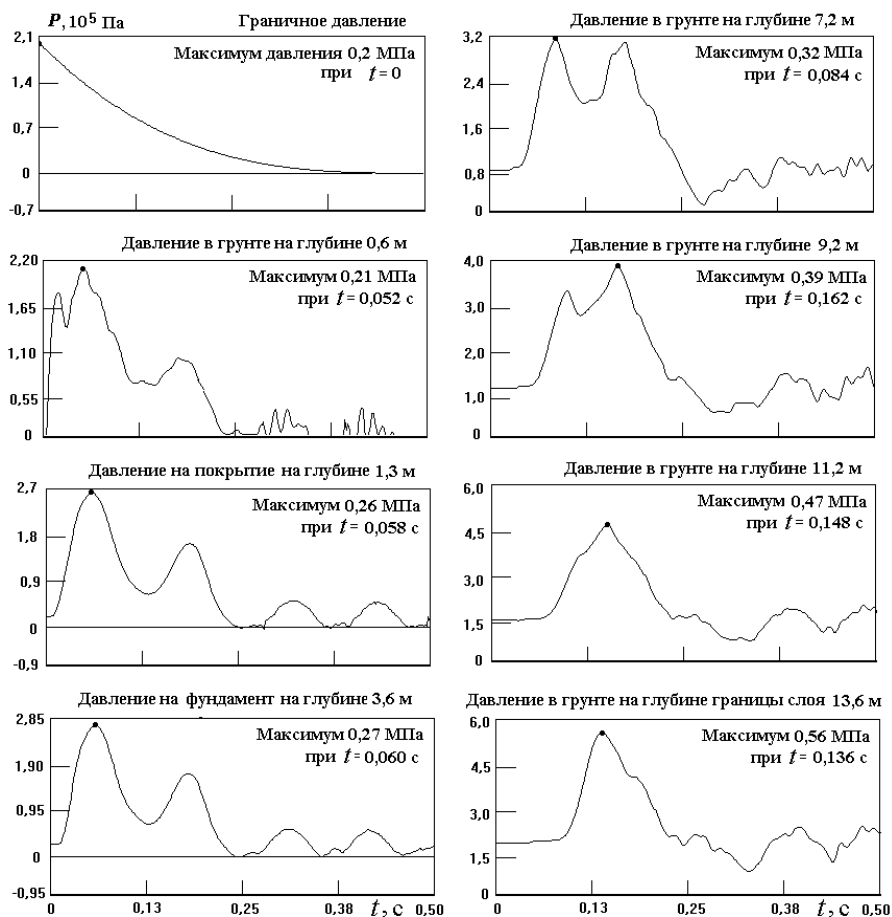


Рис. 3.14. Изменение во времени взрывной нагрузки, давлений в волнах сжатия в слое с отражением от подстилающей жесткой границы и нагрузок на покрытие и фундамент заглубленного рамного сооружения

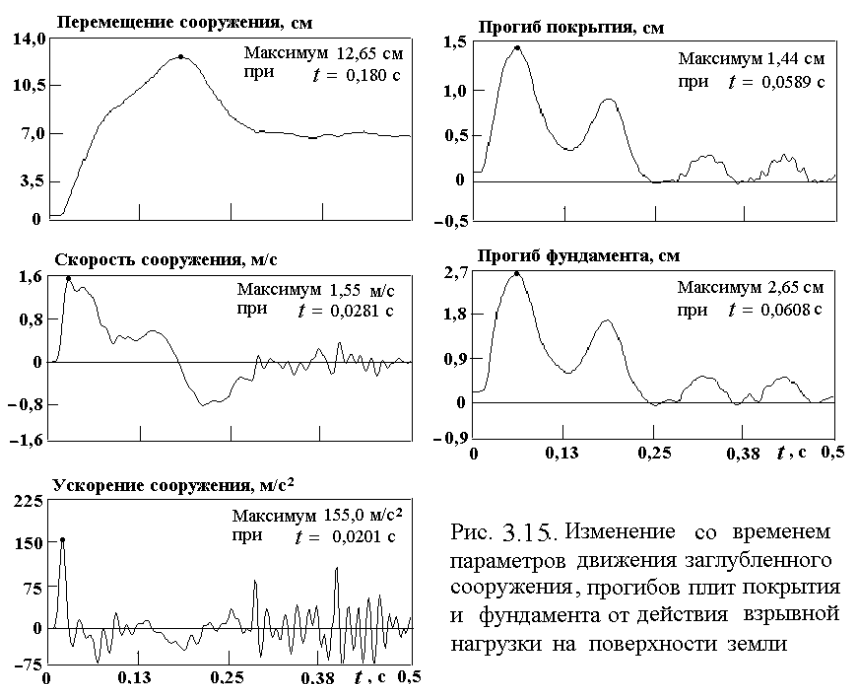


Рис. 3.15. Изменение со временем параметров движения заглубленного сооружения, прогибов плит покрытия и фундамента от действия взрывной нагрузки на поверхности земли

### 3.2.5. ДИНАМИКА ЗАЩИТНЫХ СООРУЖЕНИЙ СЛОЖНОЙ КОНСТРУКЦИИ

Заглубленные в грунт защитные сооружения сложной формы рассчитывают на прочность по неоднотипной схеме. В этих целях может быть рекомендована многоцелевая программа EFFECT [22, 26] по расчету связанной системы сооружение-среда на общей области решения с широкими возможностями применения набора математических моделей, реализующих физически нелинейное поведение материалов и сред. Программа применима к динамическому расчету подземных, частично заглубленных в грунт и гидротехнических сооружений, а также высотных зданий. Исходный грунтовой массив может быть неоднородным и слоистым с градиентными параметрами по координатам. Для описания свойств грунтовых сред используются математические модели, идентифицирующие поведение в динамике плотных и водонасыщенных грунтов, а также скальных пород. Для описания механических характеристик конструкционных материалов (с учетом временных эффектов и упругопластического деформирования металлов, возможностей контроля образования трещин и разрушений хрупких материалов) использованы физически-нелинейные математические модели, оснащенные материальными характеристиками, полученными в динамических экспериментах.

Динамическое поведение мягких грунтов в широком диапазоне давлений характеризуется объемной и сдвиговой пластичностью. В программе для указанных условий использована упругопластическая модель С. Григоряна [18], в которой временные эффекты (вязкость грунта) и эффекты дилатансии не учитываются. В модели синтезированы теория течения для девиаторов напряжений и деформаций и деформационная теория для объемного поведения среды. В предположении преобладающего влияния на объемную деформацию  $\chi$  гидростатического давления  $P_0$  принят закон упругопластической сжимаемости (рис. 3.16).

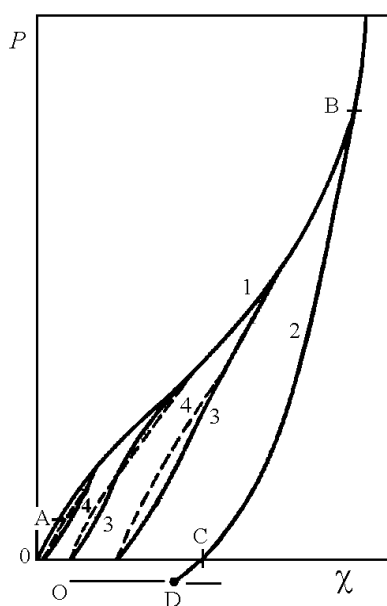


Рис. 3.16. Диаграмма гидростатического сжатия мягких грунтов [25]: 1 – первичное нагружение  $f_1$ ; 2 – разгрузка при высоком давлении  $f_2$ ; 3 – разгрузка при умеренном давлении; 4 – повторное нагружение; А-В – нелинейное поведение; В – точка закрытия пор и микротрещин; ОС – остаточное уплотнение; D – разрушение отрывом, диапазон давлений от десятых долей кПа (точка А) до десятков МПа (точка В)

Интегрирование уравнений, сформулированных в переменных Лагранжа, осуществляется методом сквозного счета с применением искусственной тензорной вязкости, исключающей необходимость постановки граничных условий на сильных разрывах.

Приводятся примеры динамического моделирования по программе EFFECT подземных и заглубленных защитных сооружений криволинейного и прямолинейного очертания на взрывные нагрузки с выдачей результатов на монитор ПК. На рис. 3.17 показано поле начальных напряжений от бытового давления, поле напряжений при взрывном воздействии с картиной разрушения сооружения (рис. 3.18).



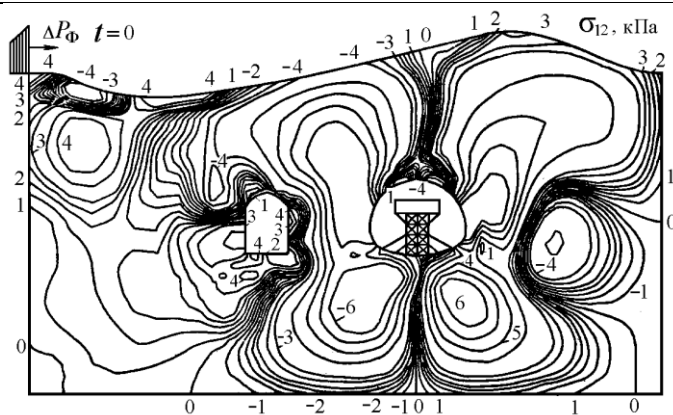


Рис. 3.17. Начальное состояние слоя мягкого грунта с холмистой поверхностью с системой подземных сооружений (слева – галерея из металлических тубингов, справа – железобетонное сооружение): изолинии касательных напряжений  $\sigma_{12}$  в грунте от бытового давления; числа на кривых – напряжения в кПа

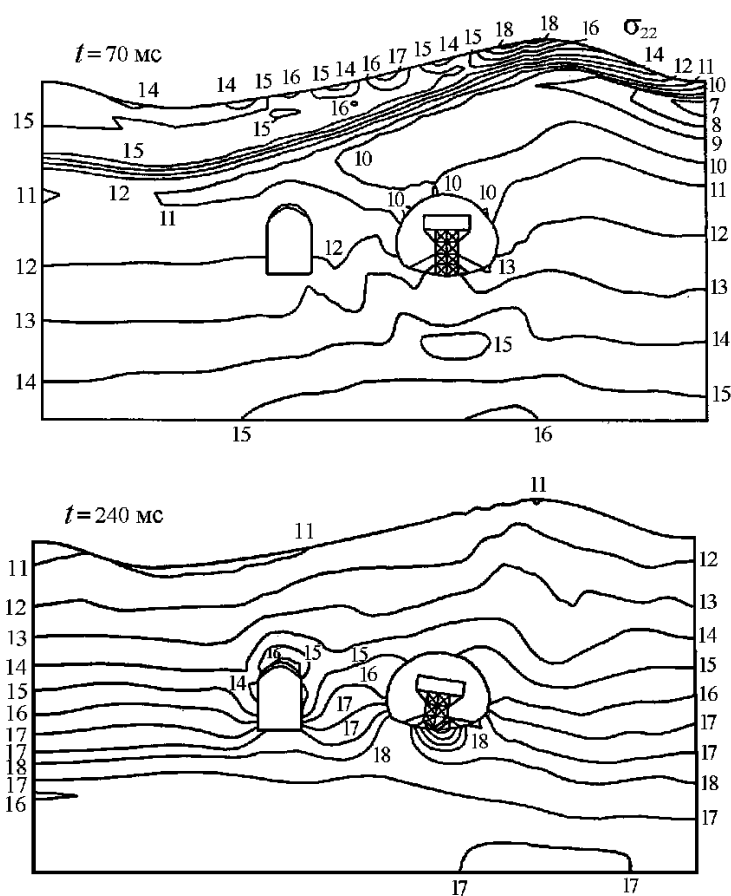


Рис. 3.18. Расчет системы подземных сооружений в слое мягкого грунта на действие воздушной ударной волны: изолинии вертикальных напряжений в грунте от ударной волны с учетом бытового давления в фиксированные моменты времени; числа 1–18 на кривых соответствуют напряжениям: 0,05; 0,025 (растяжение); 0; –0,001; –0,01; –0,025; –0,05; –0,075; –0,1; –0,15; –0,2; –0,3; –0,4; –0,5; –0,6; –0,7; –0,8; –0,9; –1,0 МПа (сжатие); видна картина разрушения одного из объектов

Результаты расчета кольцевого, рамного и арочного и заглубленных сооружений на взрывные нагрузки, выполненного А.А. Костиным по программе EFFECT, показаны на рис. 3.19–3.21.

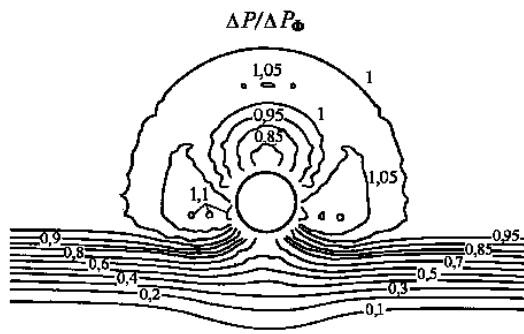


Рис. 3.19. Изобары дифракционного поля вокруг кольца в водной среде при  $t = 20$  мс

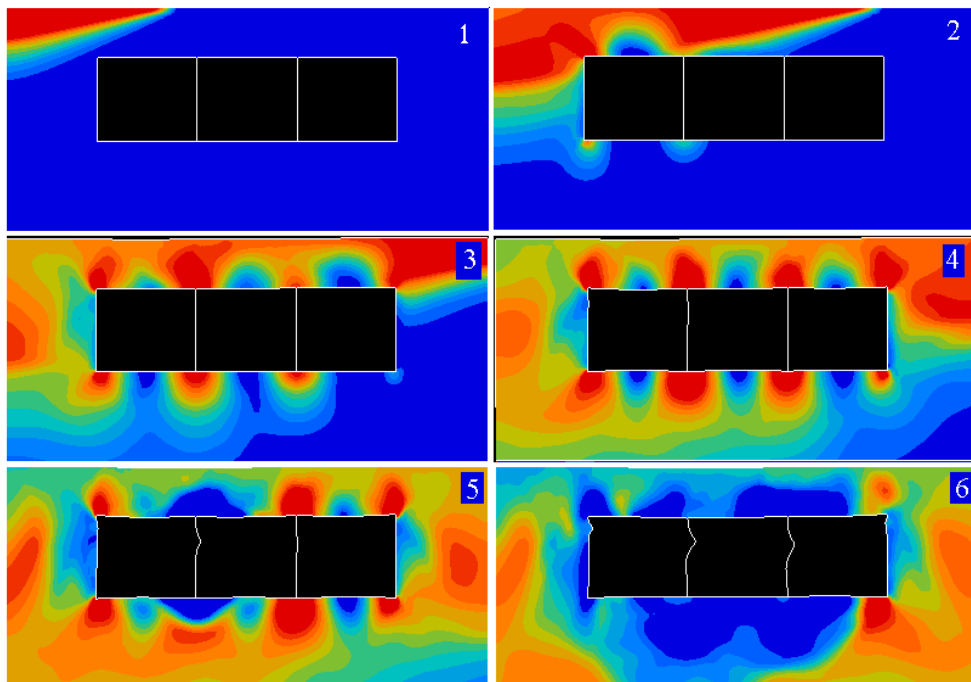


Рис. 3.20. Кадры процесса взаимодействия набегающей волны сжатия в грунте от наземного взрыва с заглубленной металлической рамой, иллюстрирующие снижение нагрузок на деформируемые элементы сооружения с потерей устойчивости стоек рамы

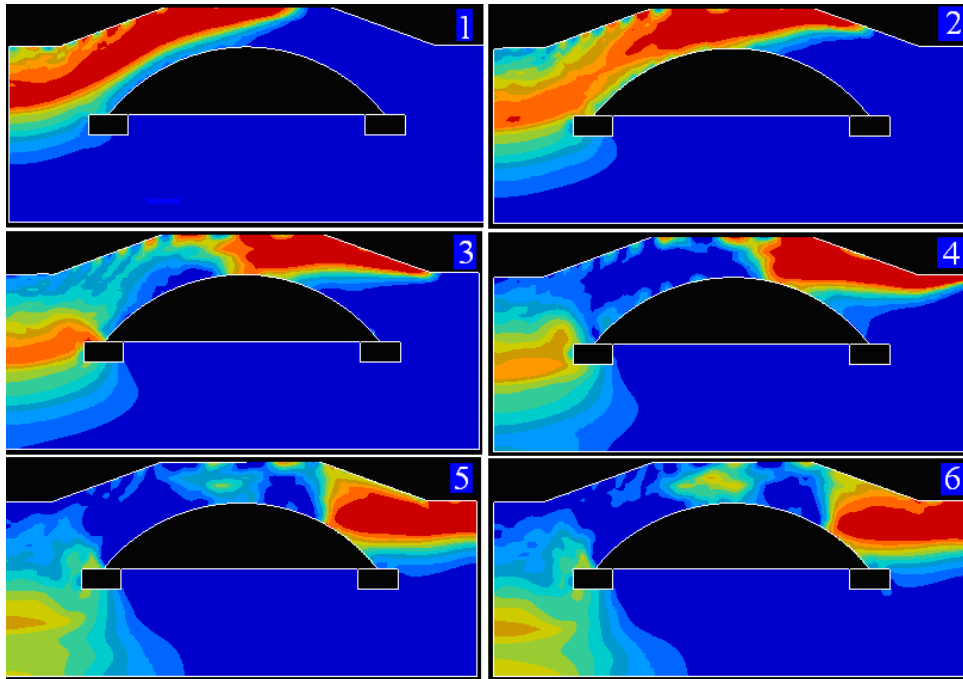


Рис. 3.21. Поле давлений в грунте при взаимодействии набегающей воздушной ударной волны с заглубленным арочным сооружением

## ГЛАВА 4. ОПАСНОСТИ ПОРАЖЕНИЯ ЛЮДЕЙ ПРИ НЕДОСТАТОЧНОЙ ГЕРМЕТИЧНОСТИ СООРУЖЕНИЙ

При действии взрывных волн на прочные закрытые сооружения возможно затекание в помещения через неплотности внешних ограждений и технологические отверстия продуктов взрыва или ударных волн, содержащих ядовитые газы – окиси углерода, азота и других веществ, способных вызывать отравление людей. Поскольку надежная противохимическая и противобактериальная защита людей в сооружениях обеспечивается герметичностью ограждающих конструкций, необходима оценка возможной степени загрязнения воздуха в помещениях в зависимости от суммарной площади неплотностей для осуществления мер по снижению или предотвращению затекания загрязненного воздуха в сооружения.

Ниже рассмотрены условия токсического поражения людей быстроменяющимся воздействием сильно действующими ядовитыми веществами (СДЯВ) с применением нового стабильного критерия дозового типа и методы оценки изменения концентрации вредных веществ, затекающих в помещения сооружений из области ударной волны через неплотности ограждений, а также проникающих фильтрацией через открытые поры грунтового массива.

### 4.1. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ СТЕПЕНИ ТОКСИЧЕСКОГО ПОРАЖЕНИЯ ЛЮДЕЙ

Основным путем попадания вредных веществ в организм человека является ингаляционный, то есть при вдыхании с испарившимся газом или аэрозолем. При невысоких уровнях и слабом изменении содержания вредных веществ в воздухе (концентрации  $C$ ) их опасное действие оценивают превышением предельно допустимых концентраций (ПДК). В данном случае опасность отравления оценивают безотносительно к экспозиции (длительности воздействия). При повышенных уровнях концентрации одной этой величины для оценки поражающего эффекта недостаточно, поскольку в организме со временем яд накапливается и необходимо учитывать токсическую нагрузку по экспозиции воздействия.

В качестве токсической нагрузки – токсикологического параметра, учитывающего накопление (кумуляцию) яда, обычно используют величину  $\Omega$ , называемую токсодозой, равную количеству яда, поступившего в организм человека, отнесенному к массе тела. Токсодозу при воздействии яда в течение времени  $t$  при постоянной концентрации  $C(t) = \text{const}$  оценивают по формуле Хабера

$$\Omega = Cv t / m, \quad (4.1)$$

в которой  $m$  – масса тела человека,  $v$  – объем вентиляции легких (произведение глубины вдоха на число вдохов в единицу времени). В расчетах обычно принимают  $m = 70$  кг,  $v = 7$  л/мин или  $1,167 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$ . Величина  $\Omega$  безразмерная, однако, используя по традиции концентрацию  $C$  в  $\text{мг}/\text{м}^3$ , получаем применяемую на практике размерность для  $\Omega$  мг/кг.

При переменной во времени концентрации токсическая нагрузка за период экспозиции  $t$  определяется интегралом

$$\Omega = \frac{v}{m} \int_0^t C(t) dt, \quad (4.2)$$

и традиционно степень отравления оценивают по условию превышения величиной  $\Omega$  критических значений  $\Omega_{\text{кр}}$

$$\Omega(t) \geq \Omega_{\text{кр}}. \quad (4.3)$$

В экспериментальной токсикологии [27] для оценки воздействий ядовитых веществ наиболее часто используют значения средней летальной дозы ( $DL_{50}$ ) или концентрации яда ( $CL_{50}$ ), при которых погибает 50% подопытных животных. Менее ин-

формативными являются показатели, отвечающие 100% их гибели: соответствующие значения дозы ( $DL_{100}$ ) или концентрации ( $CL_{100}$ ) считаются абсолютно летальными. Таким образом, для оценки поражающего действия СДЯВ применяют две системы параметров, одна из которых связана с концентрацией яда, а другая – с токсодозой.

По экспериментальным данным на животных [28] о зависимости токсического эффекта от концентрации яда на примере угарного газа (оксида углерода СО) при различных экспозициях установлено, что поражающий эффект от действия СО нелинейно зависит от величины токсодозы, вычисляемой по формуле (4.2), а при  $C(t) = \text{const}$  – по (4.1). То есть эквивалентным поражениям соответствуют неодинаковые значения  $\Omega$ : в режиме постоянной концентрации при одинаковой тяжести поражения с увеличением экспозиции и уменьшением концентрации значение параметра  $\Omega$  заметно возрастает, и в диапазоне сотен и тысяч секунд токсодоза по формуле (4.2) не может служить в качестве объективной оценки поражения без указания соответствующей экспозиции.

Анализ упомянутых опытных данных показывает, что достаточно стабильно значение, определяемое интегралом,

$$\Omega^* = \frac{v}{m} \int_0^{\eta} C(\eta) d\eta, \quad \eta = \sqrt{t}, \quad (4.4)$$

и при  $C = \text{const}$  – зависимостью

$$\Omega^* = v C \cdot m^{-1} \sqrt{t}. \quad (4.5)$$

Отличительная особенность этих формул состоит в том, что интеграл, характеризующий накопление токсичных веществ в организме, берется не по времени, а по его квадратному корню, что обеспечивает стабильность предлагаемого критерия в достаточно широком временном диапазоне импульсных токсических нагрузок.

Приведенные данные позволяют установить диапазоны экспозиций, в пределах которых наиболее важным является предельное значение концентрации либо предельный параметр дозового типа. Однако во всех случаях переменных во времени токсических воздействиях необходимо использовать дозовый параметр, но не традиционную токсодозу, а значение  $\Omega^*$ , определяемое по формуле (4.4). Для приближенной оценки наступления 50% летального исхода при отравлении СО в критерии  $\Omega^*(t) \geq \Omega_{кр}$  можно принять значение  $\Omega_{кр} = 0,3 \text{ мг}/(\text{кг} \cdot \sqrt{\text{с}})$ .

При концентрации  $\chi$  затекающего газа в помещение и известной доле во внешней газовой среде ядовитых компонент  $L$  нетрудно подсчитать изменение концентрации в объеме помещения ядовитых газов  $C(t) = L \cdot \chi(t)$ .

## 4.2. ПОКАЗАТЕЛИ ЗАТЕКАНИЯ ЗАГРЯЗНЕННОГО ВОЗДУХА С УДАРНОЙ ВОЛНОЙ В ПОМЕЩЕНИЯ

При затекании газа из области ударной волны в помещение (и истечении из помещения) происходит массообмен с образованием смеси газов, и рассматриваемая открытая система обменивается энергией с внешней средой. Давление в объеме при затекании нарастает постепенно (без ударного фронта), а максимум давления не превышает давления на фронте ударной волны. Это приводит к снижению динамической нагрузки на конструкции в объеме и коэффициента динамичности, то есть к уменьшению эквивалентной статической нагрузки. Указанный эффект используют при конструировании входных устройств защитных сооружений, оборудуемых частично закрытыми галереями с предтамбурами, представляющими так называемые расширительные камеры.

Процесс затекания газа из области повышенного давления в замкнутый объем через отверстие в ограждении рассматривается с представлением отверстия как «простое сопло». При затекании внешнего газа в объем происходит перемешивание газов, газовая постоянная и показатель адиабаты для внутреннего газа изменяются со временем в зависимости от состава смеси. Внешняя и внутренняя газовые среды до начала затекания обычно также являются смесями газов. Предполагается, что при  $t = 0$  составы смесей известны, а при смешении газы в объеме остаются взаимно индифферентными, то есть не вступают в химические реакции, и их физические характеристики не меняются.

Процессы затекания считаются квазистатическими: волновые эффекты влияют несущественно, и поле термодинамических параметров в объеме изотропно, поток является адиабатическим, а газ совершенным и идеальным. Указанные предпосылки позволяют использовать соотношения газовой динамики для установившегося потока введением времени  $t$  в качестве параметра, а для газовой смеси – закон Дальтона. Учитывается изменение значения газовой постоянной, а изменением показателя адиабаты пренебрегается, поскольку влияние таких изменений несущественно.

Термодинамические параметры смеси в объеме определяются как для открытой системы, внутренняя энергия которой возрастает с притоком массы газа в предположении об аддитивности внутренней энергии, что позволяет энергию смеси вычислять как сумму внутренних энергий компонент [29].

Затекание газа в объем происходит при превышении внешнего давления  $P_0(t)$  над внутренним  $P_3(t)$  (противодавлением), то есть при  $P_3/P_0 < 1$ . При  $P_3/P_0 = 1$  течение прекращается, а при  $P_3/P_0 > 1$  газ будет вытекать из объема наружу. Массовый расход газа  $Q = dq/dt$  через отверстие при затекании в объем зависит от отношения давлений  $P_3/P_0$ , коэффициента расхода  $\xi$  и минимальной площади сечения отверстия  $S$ . При возрастании внешнего давления скорость течения газа в отверстии растет до максимально возможного (критического) значения, равного местной скорости звука при критическом давлении  $P_3 = P_{кр}$

$$K_{кр} \equiv P_{кр}/P_0 = [2/(\gamma+1)]^{\gamma/(\gamma-1)}. \quad (4.6)$$

Режим затекания при  $K_{кр} < P_3/P_0 < 1$  называется дозвуковым. При  $P_3/P_0 < K_{кр}$  скорость течения газа в отверстии и расход  $Q$  становятся независимыми от противодавления, поскольку из объема возмущения не проникают в канал отверстия (сносятся потоком со скоростью звука). Такой режим называется критическим.

На основании соотношений одномерных стационарных движений газа запишем формулы для расхода газа при затекании в объем через отверстие:

для критического режима ( $P_3/P_0 < K_{кр}$ )

$$\frac{dq(t)}{dt} \equiv Q_{кр} = \xi S \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma+1}} \frac{P_0}{\sqrt{R_0 T_0}} \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{1/(\gamma-1)}, \quad (4.7)$$

для дозвукового режима ( $K_{кр} < P_3/P_0 < 1$ )

$$\frac{dq(t)}{dt} = Q_{кр} \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left( \frac{\gamma+1}{2} \right)^\alpha \left( \frac{P_3}{P_0} \right)^{2/\gamma} \left[ 1 - \left( \frac{P_3}{P_0} \right)^\beta \right]}, \quad (4.8)$$

где  $\gamma$  – показатель адиабаты газа,  $\alpha = (\gamma+1)/(\gamma-1)$ ,  $\beta = (\gamma-1)/\gamma$ ;  $T_0$  – абсолютная температура,  $R_0$  – газовая постоянная (параметры внешнего газа),  $P_3$  – абсолютное давление смеси в объеме.

Начальные условия для (4.7) и (4.8):  $t = 0$ ,  $P_3(0) = P_{1n}$ ,  $q(0) = \rho_{1n} V$ , где  $q(0)$  – масса газа в объеме  $V$  при начальных давлении  $P_{1n}$ , температуре  $T_{1n}$  и плотности  $\rho_{1n} = P_{1n}/(R_1 T_{1n})$ ,  $R_1$  – газовая постоянная исходного газа в объеме.

Поскольку функция  $P_0(t)$  является произвольной, возможно чередование режимов течения газа в отверстии, причем начальный режим может быть как дозвуковым (при плавном нарастании давления), так и критическим. При взрывных воздействиях функция  $P_0(t)$  является убывающей со скачком давления на своем фронте. Поэтому затекание в объем из области ударной волны может начинаться в критическом режиме с переходом в дальнейшем на дозвуковой. С момента времени  $t_*$  выравнивания давлений начинается обратный процесс – истечение газа из объема. Аналогичная ситуация возникает при разгерметизации сосуда с внутренним давлением, превышающем внешнее давление, когда процесс начнется с истечения газа из сосуда при  $t = t_* = 0$ . При описании этого процесса используются аналогичные приведенным выше соотношения с переставленными термодинамическими параметрами (в формулах заменены индексы «0» на «3», а «3» на «0»), то есть при  $t > t_*$ :

для критического режима ( $P_3/P_0 < K_{кр}$ )

$$\frac{dq(t)}{dt} \equiv Q_{кр} = -\xi S \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma+1}} \frac{P_3}{\sqrt{R_3 T_3}} \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{1/(\gamma-1)}, \quad (4.9)$$

для дозвукового режима ( $K_{кр} < P_3/P_0 < 1$ )

$$\frac{dq(t)}{dt} = Q_{кр} \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left( \frac{\gamma+1}{2} \right)^\alpha \left( \frac{P_0}{P_3} \right)^{2/\gamma} \left[ 1 - \left( \frac{P_0}{P_3} \right)^\beta \right]}, \quad (4.10)$$

где  $K_{кр} \equiv P_{кр}/P_3$  определяется по формуле (4.6).

Состав газовой смеси в объеме в результате сообщения с внешней средой непрерывно меняется. Текущее значение газовой постоянной  $R_3(t)$  смеси

$$R_3 = \bar{R}(q_1/m_1 + q_2/m_2), \quad (4.11)$$

где индексы относятся:  $i = 1$  – к исходному газу в объеме,  $i = 2$  – к затекающему газу.

Плотность газовой смеси равна

$$\rho_3 = q(t)/V, \quad (4.12)$$

а плотности  $\rho_i$  зависят от массового содержания  $q_i$  газов в объеме. Поскольку масса исходного газа в объеме может убывать, массовый состав газов и плотности  $\rho_i$ , соответствующие парциальным давлениям, определяются из уравнений ( $q_1(0) = q(0)$ )

$$dq_1 = q_1 \cdot dq/q \quad (dq < 0), \quad dq_1 = 0 \quad (dq > 0), \quad (4.13)$$

$$q_2 = q - q_1, \quad (4.14)$$

$$\rho_1(t) = q_1(t)/V, \quad (4.15)$$

$$\rho_2(t) = q(t)/V - \rho_1(t). \quad (4.16)$$

Функция давления  $P_0(t)$  считается известной. Изменение температуры  $T_0(t)$  может быть задано, а при отсутствии данных – принято по изоэнтропической зависимости

$$T_0(t) = T_{2n} [P_0(t)/P_{2n}]^\beta, \quad (4.17)$$

где буквой  $n$  в индексе помечены параметры торможения.

При затекании в объем приток энергии определим как приток тепла и затекающего газа с температурой  $T_0(t)$ , пренебрегая кинетической энергией. Учитывая работу адиабатического расширения, запишем уравнение для удельной внутренней энергии  $U$  смеси в объеме

$$dU = du - P_2 d(\rho_2^{-1}), \quad u = R_0 T_0 / (\gamma - 1) + \text{const}, \quad (4.18)$$

где  $P_2$ ,  $\rho_2$  – парциальное давление и плотность затекающей компоненты.

При смешении газов и установлении термодинамического равновесия температура  $T_3$ , давление  $P_3$  смеси и парциальные давления  $P_i$  определяются из соотношений

$$T_3 = U(\gamma - 1)/R_3, \quad (4.19)$$

$$P_j = \rho_j R_j T_3 \quad (j = 1, 2, 3). \quad (4.20)$$

Для процесса истечения смеси из объема выведение энергии берется также по уравнению (4.18), в котором параметры  $P_2$ ,  $\rho_2$ ,  $T_0$ ,  $R_0$  заменяются на соответствующие параметры смеси  $P_3$ ,  $\rho_3$ ,  $T_3$ ,  $R_3$ . Истечение газа из отверстия сопровождается некоторым сжатием струи в сравнении с сечением отверстия, причем экспериментальные значения скорости несколько меньше теоретических. Указанные эффекты учитывают обобщенным коэффициентом  $\xi$

$$\xi = \mu K_1, \quad K_1 = \sqrt{\gamma [2/(\gamma + 1)]^{(\gamma+1)/(\gamma-1)}}. \quad (4.21)$$

При  $\gamma = 1,4$  коэффициент  $K_1 = 0,6847$ . Коэффициент расхода  $\mu$  зависит от формы отверстия. Для воздуха при различных формах отверстия коэффициент  $\mu$  колеблется в пределах 0,85–0,98. Для цилиндрических отверстий  $\mu = 0,87$  при  $b/a = 1$  и  $\mu = 0,928$  при  $b/a = 0,5$ , где  $b$  – диаметр отверстия,  $a$  – толщина стенки. Среднее значение  $\xi = 0,63$ .

Концентрация  $\chi$  затекающего газа в объеме составляет

$$\chi(t) = [q(t) - q_1(t)]/V. \quad (4.22)$$

Сформулированная задача запрограммирована для ПК. Программа STREAM предусматривает расчет процессов затекания газа в замкнутый объем и истечение газа из объема через отверстие при внешнем взрывном воздействии, вследствие аварийной разгерметизации емкости со сжатым газом, а также при совместной реализации указанных событий с возможным их сдвигом по фазе.

При решении задачи система уравнений (4.7)–(4.14), (4.18)–(4.20) интегрируется методом Рунге-Кутты второго порядка. Значения концентраций внешнего газа, ядовитых веществ в объеме и токсическая нагрузка определяются по формулам (4.22) и (4.4).

Исходная информация включает данные по составам и термодинамическим характеристикам внешнего и внутреннего газов, а также функции внешнего процесса  $P_0(t)$ ,  $T_0(t)$ ,  $\rho_0(t)$  или только  $P_0(t)$  с вычислением  $T_0$  и  $\rho_0$  по изэнтропическим формулам.

На рис. 4.1 и 4.2 приведен пример расчета затекание газа через неплотности суммарной площадью  $S = 0,1 \text{ м}^2$  ( $S/V = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1}$ ) при действии взрывной волны при  $\Delta P_{\text{Ф}} = 0,4 \text{ МПа}$ ,  $\tau_+ = 50 \text{ мс}$ . Расчетный максимум избыточного давления внутри помещения составил 2,3 кПа, концентрация ядовитых веществ в конце времени наблюдения достигла 2,06 г/м<sup>3</sup>.

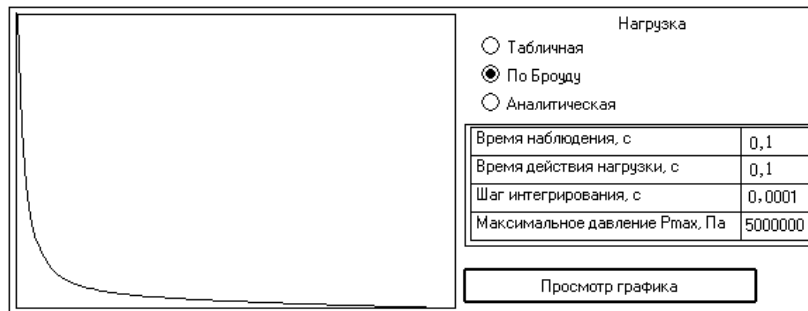


Рис. 4.1. Задание взрывной нагрузки на сооружение

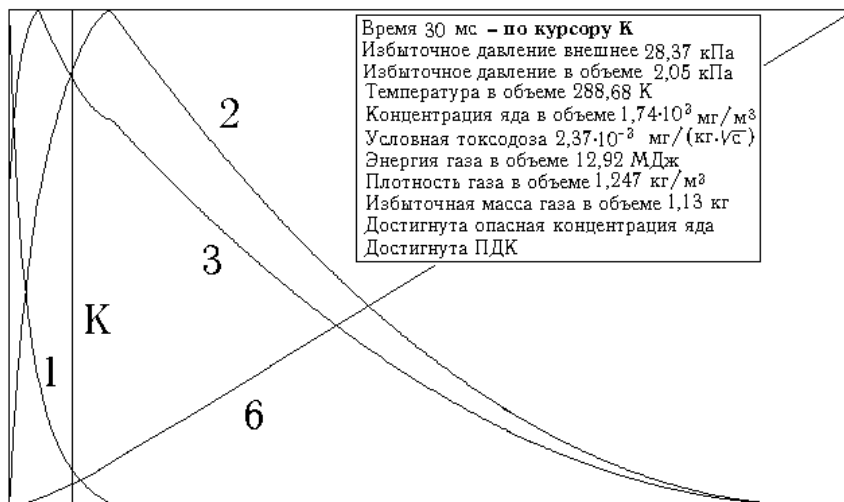


Рис. 4.2. Результаты расчета изменений во времени: 1(2) – внешнего (внутреннего) избыточного давления; 3 – температуры в помещении; 4 – плотности газа в помещении; 5 – концентрации ядовитых веществ; 6 – токсодозы, полученной людьми в помещении; справа вверху – таблица результатов, соответствующих моменту времени, указываемому линией К курсором



### 4.3. ОЦЕНКА ЗАТЕКАНИЯ ЗАГРЯЗНЕННОГО ВОЗДУХА В ЗАГЛУБЛЕННЫЕ СООРУЖЕНИЯ ФИЛЬТРАЦИЕЙ ЧЕРЕЗ ГРУНТОВЫЙ СЛОЙ

В связи с возможностью затекания газа из области взрывной (ударной) волны во внутренние объемы недостаточно герметичных сооружений, заглубленных в мягкие грунты с заметной открытой пористостью, необходимо оценивать количественные показатели указанных процессов, в частности, возможные амплитуды давлений в помещениях и токсические нагрузки на людей в зависимости от внешних взрывных воздействий и характеристик грунтов. При умеренных давлениях в ударной волне, действующей на поверхность грунта при взрыве, имеющих практическое значение, вязкие свойства приводят к размыву фронта волны и трансформации ударной волны в волну сжатия, а низкая прочность на разрыв – к образованию трещин (кавитации). Наличие трещин и пор в грунте способствует фильтрации газа и, при недостаточной герметичности конструкций, приводит к затеканию взрывной волны во внутренний объем заглубленного в грунт сооружения.

Представления теории фильтрации в [30] использованы для описания выхода в атмосферу газообразных продуктов подземного взрыва через трещины разрушенной, но недеформируемой пористой среды с применением нелинейного закона фильтрации.

Ниже на основе модели пористой среды [31, 32] дается формулировка и алгоритм решения задачи о взаимодействии воздушной ударной волны взрыва со слоем грунтового массива как с пористой средой, расположенным над негерметичным объемом газа в сооружении. Изучаются связанные волновые процессы нелинейной фильтрации газа из области ударной волны через открытые поровые каналы слоя в объем, деформации упруговязкого скелета пористого слоя и нагружение сооружения при перераспределении напряжений слоя в связи с силами вязкого трения фильтрующего газа и с инерцией сред.

#### 4.3.1. ФИЛЬТРАЦИЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В СООРУЖЕНИЕ ЧЕРЕЗ ПОРИСТЫЙ ГРУНТ

Полагается, что грунт является пористой средой с деформируемым скелетом с закрытыми порами и открытыми поровыми каналами, что обуславливает идентичность исходных параметров окружающей газовой среды и газа в каналах. Механические свойства скелета, содержащего газ, защемленный в закрытых порах, учитываются общим для этой системы реологическим уравнением состояния. Полагается, что взаимодействие скелета пористой среды и газа в открытых поровых каналах сводится к вязкому трению, обуславливающему падение напора, причем объем пор зависит от напряжений в скелете. Теплообмен между газом и скелетом, возможные фазовые переходы, химические взаимодействия, двумерные инерционные эффекты, связанные с компонентой поперечного движения газа в каналах, и поле силы тяжести не принимаются во внимание.

При формулировке задачи используется модель потока в пористой среде в виде потока, проходящего в цилиндрической трубке (модель капиллярной трубки), подчиняющегося нелинейному закону фильтрации (с нулевым начальным градиентом), причем осредненный расход газа на единицу площади пористой среды (со скоростью  $V$ ) связан с локальными скоростями газа  $v$  и стенок капилляра  $v_{\Gamma}$  соотношением, в котором  $n$  – открытая пористость:

$$V = n(v - v_{\Gamma}). \quad (4.23)$$

Рассматривается вертикальный столб среды (рис. 4.3) с единичной поперечной площадью, ограниченный снизу неподвижной преградой. В невозмущенном состоянии зоны А, В и С столба находятся под атмосферным давлением  $P_{(0)}$ . Область А является частью газовой среды, по которой распространяется ударная волна, взаимодействующая с пористым слоем В и газом во внутреннем объеме С сооружения. Инфильтрация газа возможна через полупроницаемые границы А/В и В/С пористого слоя, причем по-

верхность границы А/В обусловлена деформацией слоя; граница В/С считается неподвижной.

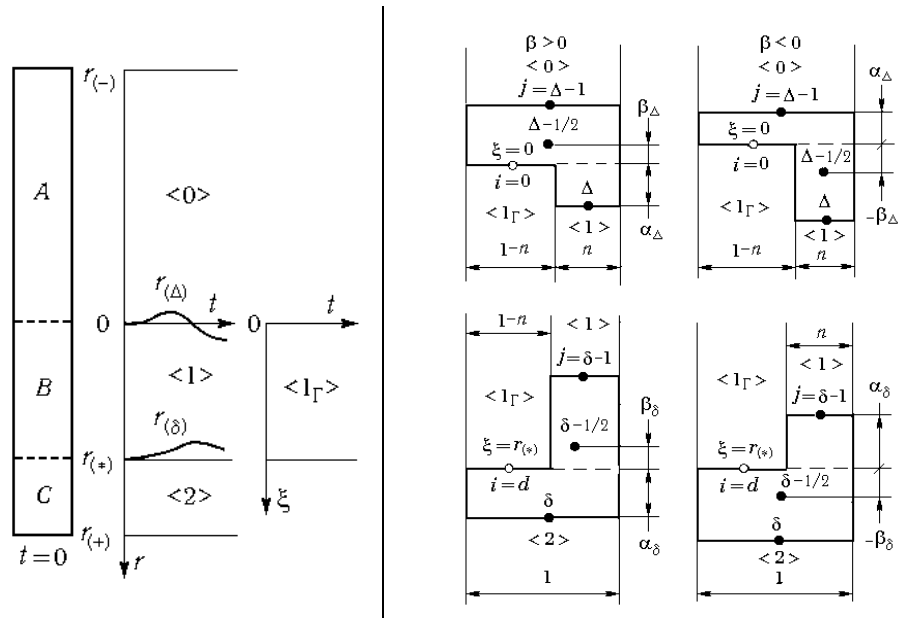


Рис. 4.3. Расчетные схемы взаимодействия ударной волны с грунтовой средой (слева) и переходной ячейки, инфильтрующей в поровый канал

Вводятся две координаты Лагранжа, соответствующие геометрии столба среды при  $t \ll 0$  и давлению  $P_0$ :  $r$  – для газа и  $\xi$  – для скелета пористой среды с общим началом  $r = \xi = 0$ , совмещенным с границей А/В. Плоскость  $r$ – $t$  содержит области: 0 – газ над пористым слоем, 1 – газ в поровых каналах, 2 – газ под пористым слоем, а  $\xi$ – $t$  – область 1 $\Gamma$  скелетной системы (скелета пористой среды с защемленным в закрытых порах газом).

Отсчет времени ведется с момента  $t = 0$  прихода фронта воздушной ударной волны в начало координат  $r = 0$ . Начальные условия для области 0 ударной волны и условия на ее внешней границе  $r = r_{(-)}$  при  $t \geq 0$  формируются на основе задачи о точечном взрыве, причем расстояние  $|r_{(-)}|$  предполагается достаточно большим (не менее пробега отраженной от поверхности  $r = 0$  воздушной ударной волны с учетом сноса потока за исследуемый промежуток времени  $t = t_*$ ). Начальные условия для остальных областей нулевые, кроме уравнения (4.27), для которого при  $t = 0$   $P = P_{(0)}$ .

Границы  $r_{(\Delta)}$  и  $r_{(\delta)}$  между областями 0/1 и 1/2 подвижные и определяются притоком массы газа, фильтрующего в пористый слой и затекающего в объем. Уравнения для  $r_{(\Delta)}$  и  $r_{(\delta)}$  с учетом смещений  $u_{\Gamma}(0, t)$  верхней границы А/В пористого слоя с начальной толщиной  $r_{\square\square}$  имеют вид

$$r_{(\Delta)} = u_r(0, t) - u[r_{(\Delta)}(t), t], \quad r_{(\delta)} = r_{(*)} - u[r_{(\delta)}(t), t] \quad (4.24)$$

На полупроницаемых границах предполагаются обычные условия совместности. Условиями для нижних границ  $\xi = r_{(*)}$  и  $r_{(+)}$  областей 1 $\Gamma$  и 2 является их неподвижность. Для описания движений газа в областях 0, 2 используется система уравнений в переменных Лагранжа

$$\rho_{(0)} \dot{v} = -(P + q)', \quad (4.25)$$

$$\dot{u} = v, \quad (4.26)$$

$$\dot{P} = \dot{\rho} \rho^{-1} [KP + (K - 1)q], \quad (4.27)$$

$$q = -Spl^2 |v'|v', \quad (4.28)$$

$$\rho = \rho_{(0)}(u' + 1)^{-1}. \quad (4.29)$$

Здесь  $P$  – давление,  $\rho$  – плотность газа,  $\rho_{(0)}$  – плотность при атмосферном давлении,  $l$  – константа с размерностью длины,  $u$  – смещение частиц. В уравнении (4.25) введена квадратическая искусственная вязкость  $q$ , исключая необходимость постановки условий на сильных разрывах ( $S = 1$  при  $v' < 0$ , в противном случае  $S = 0$ ).

Уравнение (4.27) представляет комбинацию первого закона термодинамики  $\dot{E} = \rho^{-2} \dot{\rho}(P + q)$  и уравнения состояния совершенного газа  $P = \rho(k - 1)(E + \text{const})$  с постоянным отношением теплоемкостей  $k$  ( $E$  – внутренняя энергия). Точкой сверху обозначена частная производная по  $t$ , штрихом – по  $r$ . Нестационарная фильтрация газа описывается законом Дюпюи-Форхгеймера с поправкой  $\rho_{(0)} \dot{v}$  на инерционные эффекты. С учетом (4.29) этот закон приобретает форму ( $P_\mu$  – сопротивление фильтрации или давление вязкого трения; при  $t = 0$ ,  $n = n^*$ ):

$$\begin{aligned} & -(nP)' + (nP_\mu)' = n^* \rho_{(0)} \dot{v}, \\ & -P'_\mu = \frac{\mu}{K_0} n(v - v_\Gamma) \left( 1 + \frac{\rho n}{\mu K_T / K_0} |v - v_\Gamma| \right), \end{aligned} \quad (4.30)$$

причем динамическая вязкость газа  $\mu$  определяется по формуле Сэттерленда с учетом термического уравнения состояния

$$\mu = \mu_{(0)}(T/T_{(0)})^{1.5} \left[ (C + T_{(0)}) / (C + T) \right], \quad T = P/(R\rho). \quad (4.31)$$

Выше обозначено:  $K_0$ ,  $K_T$  – ламинарная и турбулентная проницаемость,  $T$  – температура,  $R = 287,14 \text{ м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{К})$  – газовая постоянная,  $\mu_0 = 1,72 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$  – вязкость воздуха,  $T_0 = 273 \text{ К}$ ,  $C = 130,5 \text{ К}$ . В уравнении (4.30)  $v_\Gamma \equiv v_\Gamma(\xi[r(t)], t)$  – скорость стенки капилляра на уровне частиц газа с координатой  $r$ , движущихся со скоростью  $v$ . Соответствующая зависимость  $\xi(r)$  определяется из условия равенства эйлеровых координат трущихся сред в сечении  $r$  (скорость  $v_\Gamma$  определяется уравнениями для области  $1r$ ).

Для области  $1$  кроме (4.30) и (4.31) используются уравнения (4.26), (4.29) и (4.27) при  $q \equiv 0$ , причем (4.30) служит для определения  $v$  и  $\rho_\mu$ .

Термины «ламинарный» и «турбулентный» для коэффициентов  $k_0$  и  $k_T$  являются условными поскольку переход к нелинейной фильтрации носит бескризисный характер и осуществляется в диапазоне условных чисел Рейнольдса  $Re = d_1 v \rho / \mu = 60 - 600$  ( $d_1$  – характерный размер порового канала или диаметр частицы).

Уравнение состояния скелета пористой среды по данным опыта по схеме [39] – в условиях, когда поры заполнены жидкостью, связывает деформации и эффективные («фиктивные») напряжения  $\sigma^f = \sigma_\Sigma - P = \sigma - P(1 - n)$ , где  $\sigma_\Sigma$  – полное давление,  $P$  – поровое давление,  $\sigma$  – «истинное» напряжение в скелете, отнесенное к единице площади общего сечения.

Далее полагается, что условия опыта иные: считается, что поры заполнены газом, сжимаемость которого существенно выше сжимаемости скелета. Обычно материальные константы уравнения состояния скелета такой пористой среды (например, грунта) определяют в приборах объемного или осевого сжатия при динамическом давлении, передаваемом на тонкий слой среды через сплошной легкий поршень. В этих условиях, даже при отсутствии дренирования газа, поровое давление и инерционные эффекты пренебрежимо малы и фиксируется не «фиктивное», а истинное напряжение  $\sigma$  (хотя при  $p \rightarrow 0$  напряжение  $\sigma \sim \sigma^f \sim \sigma_\Sigma$ ), которое и входит в уравнение состояния.

Поведение скелетной системы считается упруговязким. Для описания этих свойств используется обобщенная двухэлементная модель Фойгта (рис. 4.4) с временами запаздывания  $\tau_k = v_k / C_k$  ( $k = 1, 2$ )

$$\sigma = C_1 \varepsilon_* + v_1 \dot{\varepsilon}_*, (v_1 + v_2) \dot{\varepsilon}_* + (C_1 + C_2) \varepsilon_* = v_2 \dot{\varepsilon} + C_2 \varepsilon. \quad (4.32)$$

Здесь  $\varepsilon$  – деформация;  $\nu_k$  и  $C_k$  – вязкость и жесткость ньютоновых и гуковых звеньев фойгтовых элементов модели,  $\varepsilon^*$  – деформация элемента с временем запаздывания  $\tau_1$ .

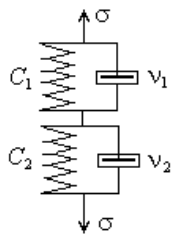


Рис. 4.4. Механический аналог обобщенной модели Фойгта поведения грунтового скелета

В формулируемой задаче условия нагружения отличаются от условий получения зависимости (4.32): сжатие скелета обусловлено волной деформации в скелете, индуцируемой давлением ударной волны на полупроницаемой границе А|В и вязким трением фильтрующего газа о поверхность поровых каналов, догружающим скелет, причем поровое давление  $p$  в открытых каналах соизмеримо с давлением ударной волны, то есть по порядку величины соответствует напряжению  $\sigma$ . Таким образом, уравнение движения скелета содержит  $\sigma$  и  $P_\mu$ , а полное (инструментальное) давление равно

$$\sigma_\Sigma = \sigma + n(P - P_{(0)}), \quad (4.33)$$

где  $\sigma$  и  $\sigma_\Sigma$  – избыточные сверх  $P_{(0)}$  напряжения, а  $nP$  соответствует вкладу давления фильтрующего газа.

Уравнения, описывающие движение скелета пористой среды, имеют вид

$$\rho_\Gamma \dot{v}_\Gamma = -\sigma' - (nP_\mu)', \quad (4.34)$$

$$\dot{u}_\Gamma = v_\Gamma, \quad (4.35)$$

$$\varepsilon = -u_\Gamma', \quad (4.36)$$

где  $\rho_\Gamma$  – начальная плотность грунта,  $u_\Gamma$  – смещение его частиц, а штрих означает частную производную по  $\xi$ . Давление вязкого трения  $P_\mu$  в (4.34) берется по уравнению (4.30) для частицы газа с лагранжевой координатой  $r = r(\xi)$ , определяемой из условия равенства эйлеровых координат на уровне частиц скелета с координатой  $\xi$ .

Функция  $\varepsilon$  в (4.32) и (4.36) представляет относительное сжатие пористой среды при одноосной деформации. В предположении, что сжатие происходит исключительно за счет общей пористости  $n^\circ$  при постоянном отношении объемов открытого и закрытого поровых пространств, запишем соотношения, связывающие  $n$  и  $n^\circ$  с  $\varepsilon$  при их начальных значениях  $n^*$  и  $n^{\circ*}$ .

$$n^\circ = (n^{\circ*} - \varepsilon)/(1 - \varepsilon), \quad n = n^\circ n^*/n^{\circ*}. \quad (4.37)$$

#### 4.3.2. АППРОКСИМАЦИЯ УРАВНЕНИЙ И АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Численное решение системы уравнений осуществляется методом дискретных элементов с преобразованием сформулированной краевой задачи в задачу Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, интегрируемых методом Рунге-Кутты с начальными условиями, определяемыми из решения задачи о точечном взрыве.

Рассматривается параллельное движение двух цепочек масс ячеек, одна из которых соответствует газу, а другая – скелетной системе. При аппроксимации уравнений подвижные границы  $r_{(\Delta)}$  и  $r_{(\delta)}$  заменяются переходными газовыми зонами, которые исключаются из областей 0, 1, 2. Ниже приводится аппроксимация уравнений для областей 0, 1, 2, 1г и газовых зон.

Разбивка газовой среды на ячейки с шагом  $h_{j-1/2}$  при  $t \ll 0$  производится с помощью лагранжевой сетки с координатами узлов  $r_j$

$$r_0 = 0, \quad r_j = \pm \sum_{m=\pm 1}^j h_{m\mp 1/2} \quad (j = \pm 1, \pm 2, \dots, a, c),$$

$$h_{j-1/2} = h_* + a_1 j_0 + a_2 j_0^2, \quad j_0 = -j + N + 1 \quad (a + 1 \leq j \leq N),$$

$$h_{j-1/2} = h_* \quad (1 + N \leq j \leq 0, b + 1 \leq j \leq C),$$

$$h_{j-1/2} = h_*/n^* \quad (1 \leq j \leq b),$$

а скелета – лагранжевой сеткой  $\xi_i = h_\Gamma i$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, d$ ) с шагом  $h_\Gamma = h_* b / (dn^*)$ , причем  $j = a, b, c$  и  $i = d$  – номера узлов в точках с координатами  $r = r_{(-)}, r_{(*)}, r_{(+)}$  и  $\xi = r_{(*)}$ ;  $j = N$  – номер узла, ограничивающего сверху совокупность газовых ячеек с шагом  $h_*$  постоянных по массе  $h_* \rho_{(0)}$ ;  $a_1, a_2$  – константы, регулирующие разрежение сетки. Переходные газовые зоны представлены переходными ячейками с переменными номерами  $\Delta$  (между областями 0/1) и  $\delta$  (между областями 1/2) с центрами масс в точках  $r_{\Delta-1/2}$  и  $r_{\delta-1/2}$ . Начальные значения при  $t = 0$ :  $\Delta = 0$  и  $\delta = b$ . При  $t > 0$  переходные ячейки втягиваются в капилляр или выдавливаются из капилляра (с площадью  $n$ ), изображающего открытое поровое пространство (рис. 52.1). Присвоение  $\Delta$  и  $\delta$  новых номеров ведется в процессе численного решения задачи и соответствует смещениям подвижных границ, причем считается, что в капилляр втягиваются только ячейки, постоянные по массе.

Границам областей соответствуют координаты узлов сеток

$$r_a = r_{(-)}, \quad r_{\Delta-1} < 0 >; \quad r_\Delta, \quad r_{\delta-1} < 1 >, \quad r_\delta, \quad r_c = r_{(+)} < 2 >; \quad \xi_0 = 0, \quad \xi_d = r_{(*)} < 1_\Gamma >.$$

В узлах сеток центрируются деформационные, а в точках с полуцелыми индексами – инерционные свойства сред, причем

$$r_{j+1/2} = \frac{1}{2}(r_j + r_{j+1}), \quad \xi_{i+1/2} = \xi_i + \frac{1}{2}h_\Gamma.$$

Вводится эйлерова координата, совмещенная при  $t = 0$  с координатой Лагранжа  $r$ . Для удобства эйлерова координата частицы газа обозначается  $X$ , а скелетной частицы  $\chi$ . Для лагранжевых ячеек с постоянным шагом соотношения для координат узлов в областях следующие:

$$X_j = \frac{1}{2}(X_{j-1/2} + X_{j+1/2}), \quad (4.38)$$

$$X_{j+1/2} = r_{j+1/2} + u_{j+1/2}, \quad X_C = r_{(+)},$$

$$\chi_i = \frac{1}{2}(\chi_{i-1/2} + \chi_{i+1/2}), \quad \chi_{i+1/2} = \xi_{i+1/2} + u_{\Gamma j+1/2}, \quad (4.39)$$

$$\chi_0 = \frac{1}{2}h_\Gamma \varepsilon_0 + u_{\Gamma 1/2}, \quad \chi_d = r_{(*)} = dh_*, \quad (4.40)$$

где  $u_{j+1/2}$  и  $u_{\Gamma j+1/2}$  – смещения центров масс газовых и скелетных ячеек,  $\varepsilon_j$  – деформации скелетных ячеек.

Эйлеровы координаты узлов переходных ячеек с учетом изменений пористости и на основании геометрии ячеек даются соотношениями

$$\begin{aligned} X_{\Delta,\delta} &= X_{\Delta-1/2,\delta-1/2} + \alpha_{\Delta,\delta} + \beta_{\Delta,\delta} \quad (\beta_{\Delta,\delta} > 0), \\ X_{\Delta-1,\delta-1} &= X_{\Delta-1/2,\delta-1/2} - \alpha_{\Delta,\delta} + \beta_{\Delta,\delta} \quad (\beta_{\Delta,\delta} < 0), \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$\alpha_\Delta = \begin{cases} \frac{1}{2}(-\chi_0 + X_{\Delta+1/2}) - \beta_\Delta \{n_0 + n[\xi(r_{\Delta+1/2})]\}^{-1} & (\beta_\Delta > 0), \\ \frac{1}{2}\{\chi_0 - X_{\Delta-3/2} + \frac{1}{2}\beta_\Delta(n_0 + n[\xi(r_{\Delta-1/2})])\} & (\beta_\Delta < 0), \end{cases}$$

$$\alpha_\delta = \begin{cases} \frac{1}{2}\{-r_{(*)} + X_{\delta+1/2} - \frac{1}{2}\beta_\delta(n_d + n[\xi(r_{\delta-1/2})])\} & (\beta_\delta > 0), \\ \frac{1}{2}(r_{(*)} - X_{\delta-3/2}) + \beta_\delta \{n_d + n[\xi(r_{\delta-3/2})]\}^{-1} & (\beta_\delta < 0), \end{cases}$$

$$\beta_\Delta = \chi_0 - X_{\Delta-1/2}, \quad \beta_\delta = \chi_d - X_{\delta-1/2}.$$

Здесь  $\alpha_{\Delta, \delta}(\alpha_{\Delta}, \alpha_{\delta})$  и  $\beta_{\Delta, \delta}(\beta_{\Delta}, \beta_{\delta})$  – размеры, фиксирующие положение переходных ячеек относительно границ  $i = 0$  и  $d$  пористого слоя (рис. 52.1), причем для зоны трения части переходной ячейки в капилляре введена средняя пористость;  $X_{\Delta-1/2, \delta-1/2}$  и  $X_{\Delta, \delta}$  (при  $\beta_{\Delta, \delta} < 0$ ) и  $X_{\Delta-1, \delta-1}$  (при  $\beta_{\Delta, \delta} > 0$ ) – эйлеровы координаты, вычисляемые по общим формулам (4.38).

Система обыкновенных уравнений, аппроксимирующих задачу для областей 0, 2, имеет вид

$$\dot{v}_{j-1/2} = -\nabla(P_j + q_j)(\rho_{(0)} h_{j-1/2})^{-1}, \quad (4.42)$$

$$\dot{u}_{j-1/2} = v_{j-1/2}, \quad (4.43)$$

$$\dot{P}_j = \dot{\rho}_j \rho_j^{-1} [k P_j + (k-1) q_j], \quad (4.44)$$

$$\begin{aligned} q_j &= -S a_0^2 \rho_j \nabla v_{j+1/2} |\nabla v_{j+1/2}|, \quad a_0 = 3/2, \\ S &= 1 (\nabla v_{j+1/2} < 0), \quad S = 0 \quad (\nabla v_{j+1/2} \geq 0), \end{aligned} \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned} \rho_j &= \rho_{(0)} h_j / \nabla X_{j+1/2}, \quad h_j = \frac{1}{2} (h_{j-1/2} + h_{j+1/2}), \\ \rho_c &= \rho_{(0)} (1 - 2u_{c-1/2} / h_{c-1/2}), \end{aligned} \quad (4.46)$$

где  $\dot{(\ )} \equiv d(\ )/dt$ ,  $\nabla F_j = F(r_j) - F(r_{j-1})$ .

Для области 1 к соотношениям (4.43) и (4.44) при  $q = 0$  и (4.46) добавим уравнения, аппроксимирующие (4.30) и (4.31), учтя, что в капилляре  $r_j - r_{j-1} = h/n^*$ ,

$$\begin{aligned} \dot{v}_{j-1/2} &= -\{P_j n [\xi(r_j)] - P_{j-1} n [\xi(r_{j-1})] - \\ &- P_{\mu j} n [\xi(r_j)] - P_{\mu j-1} n [\xi(r_{j-1})]\} (\rho_{(0)} h_*)^{-1}, \end{aligned} \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} P_{\mu j-1} &= P_{\mu j} + \frac{h_* n [\xi(r_{j-1/2})]}{n^* K_0} \frac{\mu_{j-1} + \mu_j}{2} (v_{j-1/2} - v_{\Gamma} [\xi(r_{j-1/2})]) \times \\ &\times \left\{ 1 + \frac{\rho_{j-1} + \rho_j}{\mu_{j-1} + \mu_j} \frac{n [\xi(r_{j-1/2})]}{K_T / K_0} |v_{j-1/2} - v_{\Gamma} [\xi(r_{j-1/2})]| \right\}, \end{aligned} \quad (4.48)$$

$$\mu_j = \mu_{(0)} (T_j / T_{(0)})^{1.5} [(C + T_{(0)}) / (C + T_j)], \quad T_j = P_j / (R \rho_j).$$

Здесь функции  $n$  и  $v_{\Gamma}$  берутся из решения уравнений для скелетной системы в точках  $\xi$ , соответствующих центрам инерции газовых ячеек  $r_{j-1/2}$  или узлам  $r_j$ .

Аппроксимирующие уравнения для области 1<sub>Г</sub> следующие:

$$\dot{v}_{\Gamma j-1/2} = -\{\nabla \sigma_i + n_i P_{\mu} [r(\xi_i)] - n_{i-1} P_{\mu} [r(\xi_{i-1})]\} (\rho_{\Gamma} h_{\Gamma})^{-1},$$

$$\dot{u}_{\Gamma i-1/2} = v_{\Gamma i-1/2},$$

$$\dot{\varepsilon}_{*i} = [v_2 \dot{\varepsilon}_i + c_2 \varepsilon_i - (c_1 + c_2) \varepsilon_{*i}] (v_1 + v_2)^{-1},$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_i &= -\nabla u_{\Gamma i+1/2} h_{\Gamma}^{-1}, \\ \varepsilon_0 &\approx \sigma_0 (c_1 + c_2) (c_1 c_2)^{-1}, \\ \varepsilon_d &= 2u_{\Gamma d-1/2} h_{\Gamma}^{-1}, \end{aligned} \right\}$$

$$\sigma_i = c_1 \varepsilon_{*i} + v_1 \dot{\varepsilon}_{*i},$$

$$n_i = n^* (n^{0*} - \varepsilon_i) [n^{0*} (1 - \varepsilon_i)]^{-1}.$$

Полное давление  $\sigma_{\Sigma j}$  определяется в точках  $i$

$$\sigma_{\Sigma i} = \sigma_i + n_i (P[r(\xi_i)] - P_{(0)}),$$

а число Рейнольдса  $Re_{j-1/2}$  – в точках  $j-1/2$

$$Re_{j-1/2} = \frac{d_1(\rho_{j-1} + \rho_j)}{\mu_{j-1} + \mu_j} n[\xi(r_{j-1/2})] |v_{j-1/2} - v_{\Gamma}[\xi(r_{j-1/2})]|.$$

Граничные и переходные функции с учетом избыточности напряжений  $\sigma$  над давлением  $P_{(0)}$  относятся к следующим узловым точкам, указанным в индексах:

$$P_a = P(t), \quad u_c = v_c = u_{\Gamma d} = v_{\Gamma d} = 0,$$

$$P_{\mu\delta} = 0, \quad P_{\mu\delta-1} = 0 \quad (\beta_\delta < 0),$$

$$\sigma_0 = (P_\Delta - P_{(0)}) (1 - n_0) \quad (\beta_\Delta > 0),$$

$$\sigma_0 = (P_{\Delta-1} - P_{(0)}) (1 - n_0) \quad (\beta_\Delta < 0),$$

и вычисление  $P_{\mu j}$  ведется с нижней ячейки  $j = \delta - 1$  в направлении убывания  $j$ .

В уравнениях движения переходных ячеек

$$\begin{aligned} \dot{v}_{\Delta-1/2, \delta-1/2} &= -P_{\Delta, \delta}^+ / (\rho_{(0)} h_*), \\ \dot{u}_{\Delta-1/2, \delta-1/2} &= v_{\Delta-1/2, \delta-1/2}, \end{aligned}$$

приращения давлений  $P_{\Delta, \delta}^+$  даются соотношениями

$$P_\Delta^+ = P_\Delta - P_{\Delta-1} - q_{\Delta-1} \quad (\beta_\Delta > 0),$$

$$P_\Delta^+ = P_\Delta n[\xi(r_\Delta)] - P_{\Delta-1} n_0 - (P_{\mu\Delta} - P_{\mu\Delta-1}) n[\xi(r_{\Delta-1/2})] \quad (\beta_\Delta < 0),$$

$$P_\delta^+ = P_\delta n_d - P_{\delta-1} n[\xi(r_{\Delta-1})] + P_{\mu\delta-1} n[\xi(r_{\delta-1/2})] \quad (\beta_\delta > 0),$$

$$P_\delta^+ = P_\delta - P_{\delta-1} + q_\delta \quad (\beta_\delta < 0).$$

Здесь учтено граничное значение  $P_{\mu\delta} = 0$ , а влиянием трения  $P_{\mu\Delta}$  (при  $\beta_\Delta > 0$ ) и  $P_{\mu\delta-1}$  (при  $\beta_\delta < 0$ ) в зонах  $\alpha_{\Delta, \delta}$  пренебрегается. Давления  $P_{\mu\Delta-1}$  ( $\beta_\Delta < 0$ ) и  $P_{\mu\delta-1}$  ( $\beta_\delta > 0$ ) вычисляются по формуле (4.48) с корректировкой на переменную поверхность контакта переходной ячейки с капилляром, для чего при  $j = \Delta, \delta$  параметр  $h_*$  умножается на соответствующий релаксационный коэффициент  $\gamma_{\Delta, \delta}$

$$\gamma_\Delta = \beta_\Delta^2 (\beta_\Delta - \alpha_\Delta)^{-2}, \quad \gamma_\delta = \beta_\delta^2 (\beta_\delta - \alpha_\delta)^{-2}.$$

Давления  $P_j$  и перемещения  $u_j$  для переходных ячеек, а также  $P_{\mu\Delta}$  ( $\beta_\Delta < 0$ ),  $P_{\mu\delta-1}$  ( $\beta_\delta > 0$ ) и скорости  $v_{\Delta+1/2}$  ( $\beta_\Delta > 0$ ),  $v_{\Delta-3/2}$  ( $\beta_\Delta < 0$ ) вычисляются по общим формулам, но в последнем случае принято  $q_{\Delta-1} = 0$ . Плотность газа переходных ячеек определяется из условия сохранения массы

$$\rho_\Delta = \frac{1}{2} h_* \rho_{(0)} \left\{ \beta_\Delta + \frac{1}{2} \alpha_\Delta (n_0 + n[\xi(r_\Delta)]) \right\}^{-1} \quad (\beta_\Delta > 0),$$

$$\rho_{\Delta-1} = \frac{1}{2} h_* \rho_{(0)} \left\{ \alpha_\Delta - \frac{1}{2} \beta_\Delta (n_0 + n[\xi(r_{\Delta-1/2})]) \right\}^{-1} \quad (\beta_\Delta < 0),$$

$$\rho_\delta = \frac{1}{2} h_* \rho_{(0)} \left\{ \alpha_\delta + \frac{1}{2} \beta_\delta (n_d + n[\xi(r_{\delta-1/2})]) \right\}^{-1} \quad (\beta_\delta > 0),$$

$$\rho_{\delta-1} = \frac{1}{2} h_* \rho_{(0)} \left\{ -\beta_\delta + \frac{1}{2} \alpha_\delta (n_d + n[\xi(r_{\delta-1})]) \right\}^{-1} \quad (\beta_\delta < 0),$$

при  $t = 0$  плотность  $\rho_\Delta$  и давление  $P_\Delta$  уточняются по значению  $\alpha_\Delta > 0$ , вычисляемому по формуле (4.41) для  $\beta_\Delta > 0$ .

При численном решении уравнений методом Рунге-Кутты на каждом шаге времени запоминаются значения  $\chi_{i-1/2}$ ,  $X_{j-1/2}$  и с учетом (4.38)–(4.40) – таблицы  $P_{\mu j}(X_j)$ ,  $v_{\Gamma i-1/2}(\chi_{i-1/2})$  и  $n_i(\chi_i)$ ; условное трение  $P_{\mu\Delta-1}$  ( $\beta_\Delta > 0$ ) определяется линейной экстраполяцией по значениям  $P_{\mu\Delta}(X_\Delta)$  и  $P_{\mu\Delta+1}(X_{\Delta+1})$ .

Функции  $P_\mu[r(\xi_i)]$ ,  $v_{\Gamma}[\xi(r_{j-1/2})]$ ,  $n[\xi(r_j)]$  и  $n[\xi(r_{j-1/2})]$  находятся линейной интерполяцией по таблицам соответственно для аргументов  $X = \chi_i$ ,  $\chi = X_{j-1/2}$ ,  $\chi = X_j$  и  $\chi = X_{j-1/2}$ . Функция  $P[r(\xi_i)]$  вычисляется аналогично  $P_\mu[r(\xi_i)]$ .

В алгоритме предусмотрена возможность включения в пористый слой зон, полностью насыщенных различными жидкостями. Для этого в область 1 включаются прослойки жидкостей с границами, совмещенными с узлами, помеченными полуцелыми индексами. Поведение жидкостей считается линейно-упругим при постоянном значении динамической вязкости. Параметр  $\rho_{(0)}h_*$  в формуле (4.47) для  $j-1/2$ , совпадающего с границей прослойки, определяется как полусумма масс газовой и жидкостной ячеек.

С учетом наличия трех сред, шаг счета по времени определяется по формуле  $\Delta t = \frac{1}{3} h_* C_m^{-1}$ , где  $C_m$  – наибольшая из скоростей: фронта отраженной (от твердой стенки при  $t = 0$ ) воздушной ударной волны, звука в грунтовом скелете и звука в жидкости.

Начальные условия для уравнений, описывающих движения сред в областях 1, 1г, 2 и переходной ячейки  $\delta$ , нулевые, а для уравнения (4.44)  $P_j(0) = P_{(0)}$ . Для области 0 и переходной ячейки  $\Delta$  начальные условия определяются из решения задачи о точечном взрыве с использованием табличных функций [40, 41].

Эти условия соответствуют параметрам ударной волны взрыва плоского заряда ВВ (фронт которой при нормальном падении на грунт подошел к земной поверхности) и задаются в зависимости от высоты  $r_n$  и энергии  $E^0$  взрыва (или давления на фронте подошедшей ударной волны).

Для высоких взрывов, когда размер  $r_{(-)}$  области 0 намного меньше высоты  $r_n$ , могут быть использованы параметры ударной волны сферического и цилиндрического взрывов.

Последовательность вычислений начальных условий с использованием таблиц такова. Определяется безразмерная высота взрыва  $R_n = r_n/r^0$ , где  $r^0 = (E^0/P_{(0)})^{1/\nu}$  – динамическая длина,  $\nu$  – показатель вида симметрии. По параметру  $R_n$  определяется время  $t^0 = t_0^0$  от начала взрыва и параметры на фронте ударной волны (в сформулированной выше задаче отсчет времени  $t$  ведется от момента  $t_0^0$ , то есть  $t = t^0 - t_0^0$ ). Далее по лагранжевым координатам  $r_j$  узлов области 0 методом итерации определяются их эйлеровы координаты  $X_j \equiv r_n \xi_j^0$  в момент времени  $t_0^0$  по уравнению неразрывности ( $t^0 = 0$  – момент взрыва)

$$\left(\frac{r_j}{r_n}\right)^\nu = 1 - \frac{k+1}{k-1+2k P_{(0)}/(\rho_{(0)} D_n^2)} \int_{\xi_j^0}^1 \frac{\rho}{\rho_n} d\xi^0.$$

Здесь  $D_n$  – скорость фронта волны,  $\rho_n$  – плотность на фронте волны при  $t^0 = t_0^0$ , а интеграл берется численно по формуле Симпсона с использованием таблицы функции  $\rho(\xi^0)/\rho_n$ , дополненной значениями, вычисляемыми по асимптотическим формулам.

По найденным величинам  $\xi_j^0$  с использованием таблиц посредством квадратичной интерполяции фиксируются начальные значения давлений  $P_j$ . Аналогично определяются эйлеровы координаты  $X_{j+1/2}$  точек  $r_{j+1/2}$  и начальные значения скоростей  $v_{j+1/2}$  и перемещений  $u_{j+1/2} = r_n (\xi_{j+1/2}^0)^{1/\nu} - r_{j+1/2}$ .

Функция  $P(t)$  для верхней ячейки области 0 ( $r = r_a$ ) определяется таким же образом для последовательного ряда моментов времени  $t^0 \geq t_0^0$ . При расчетах на большие давления  $P_F$  начальные условия и функция  $P(t)$  берутся по указанным выше таблицам.

Сформулированная задача с процедурой выработки начальных условий и граничной функции  $P(t)$  запрограммирована для ПК (программный комплекс FILTR [32]).



Приводится пример расчета действия на заглубленное сооружение ударной волны воздушного взрыва на высоте 368 м с удельной энергией 210 МДж/м<sup>2</sup>. Давление на фронте ударной волны, подошедшей к грунту,  $2,94 \cdot 10^5$  Па. Толщина грунтового слоя над сооружением 1,5 м. Плотность грунта  $1,67 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, открытая пористость 0,4. Высота объема сооружения 2 м. Принято, что неплотности сооружения не менее открытой пористости грунта.

На рис. 4.5 кривыми 1–7 показано распределение давлений  $\bar{P}(x) \equiv (P - P_{(0)}) / \Delta P_F$  по координате  $x \equiv X/r_{(*)}$ , штриховыми линиями – граница пористого слоя в моменты времени  $\tau \equiv t/\tau_2 = 3,06; 15,3; 30,6; 61,2; 92; 159$  и 184.

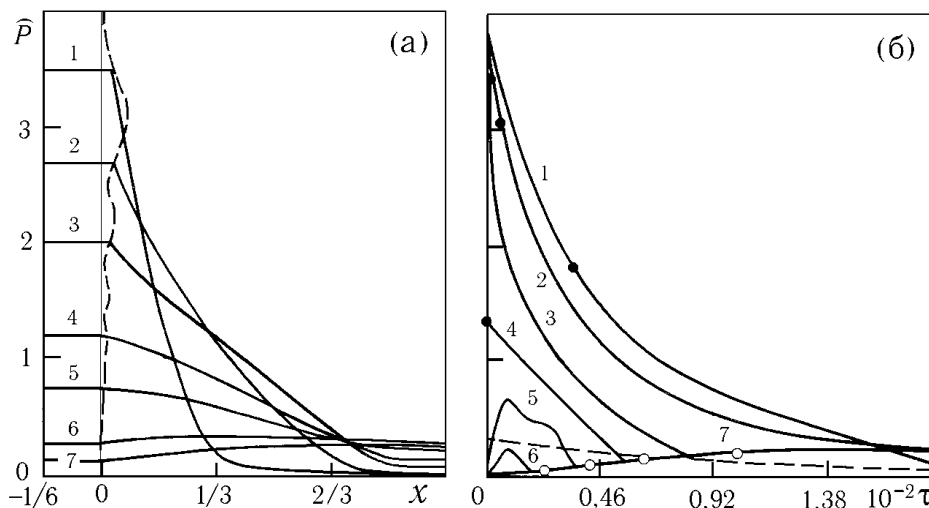


Рис. 4.5. Изменение давлений газа  $\bar{P}$  в слое пористого грунта: а) по координате  $x$  в последовательные моменты времени; б) со временем  $\tau$  в семи координатных точках

Показано изменение давлений во времени  $\bar{P}(\tau)$  в семи точках по координате  $\bar{r} \equiv r/r_{(*)} = -0,667; -0,4; -0,133; 0; 0,333; 0,667; 1,0$  (кривые 1–7); штриховая кривая соответствует давлению на границе области 0 ( $\bar{r} = -164$ ). Темные точки на кривых соответствуют моментам времени перехода частицы из области 0 в область 1 (то есть в поровый канал), а светлые – в область 2 (в сооружение). Перед выходом частиц газа в сооружение давления в них становятся близкими к давлению воздуха в сооружении (по кривой 7).

## ГЛАВА 5. ТЕПЛОЗАЩИТА СООРУЖЕНИЙ

При действии теплового излучения строительные конструкции прогреваются, и происходит передача тепла во внутренние помещения сооружений через ограждения. В пределах огнестойкости ограждающих конструкций изменяющиеся со временем температурные поля определяются на основе решения уравнения теплопроводности.

При интенсивном тепловом воздействии на сооружение с момента достижения на обогреваемой поверхности критической температуры твердые материалы (в зависимости от типа) могут возгораться, разрушаться или оплавляться. Возникающая при этом зона фазового превращения с подвижной границей расширяется возможно до полного охвата ею конструкции. Аналитическое решение нестационарной задачи теплопроводности для области с подвижной границей получено в [33], а численное решение методом прогонки – в [16].

Далее теплозащитные свойства конструкций рассматриваются на основе запрограммированного численного решения одномерного уравнения теплопроводности с использованием соотношений явного конечно-разностного условно-устойчивого метода и алгоритма элементарных тепловых балансов А.П. Ваничева - А.И. Яковлева [34, 35] для системы «составная (многослойная) преграда – замкнутый газовый (воздушный) объем» под действием теплового удара (стандартного пожара и теплового удара при взрывах) в пределах огнестойкости конструкционных материалов (программа TERM [37]).

Решение двумерных и трехмерных задач нестационарной теплопроводности можно получить на основе результатов расчета по одномерной схеме, поскольку решение уравнений неоднородной теплопроводности представимо произведением решений одномерной теплопроводности. Например, решение для температуры  $T(X, Y, Z, t)$  в точке  $X, Y, Z$  параллелепипеда в момент времени  $t$  определяется произведением одномерных решений для бесконечных пластин  $T(X, Y, Z, t)/T_0 = T_1(X, t) \cdot T_2(Y, t) \cdot T_3(Z, t)/T_0^3$ . Ниже рассмотрена постановка задач о кондуктивном переносе тепла для произвольной функции внешнего воздействия, в том числе – стандартного пожара и теплового удара при взрывах и других воздействиях.

### 5.1. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

Кондуктивный перенос тепла – теплопроводность в твердой преграде, граничащей с высокотемпературной внешней средой (без учета переноса конвекцией и излучением в материале), связан с температурой законом Фурье

$$q_k = -\lambda dT/dn, \quad (5.1)$$

где  $q_k$  – тепловой поток через единичную площадь,  $T$  – температура,  $\lambda$  – теплофизический параметр материала (коэффициент теплопроводности),  $n$  – направление теплового потока.

Рассмотрение баланса энергии для элемента объема в твердом теле приводит к уравнению теплопроводности

$$\rho C_p \partial T / \partial t = \text{div}(\lambda \text{grad } T) + q'$$

и при независимости параметра  $\lambda$  от температуры

$$\rho C_p \partial T / \partial t = \lambda \nabla^2 T + q' \quad (\lambda = \text{const}).$$

Здесь  $\nabla^2$  – оператор Лапласа;  $\rho$  – плотность материала,  $C_p$  – теплоемкость материала,  $q'$  – интенсивность внутреннего тепловыделения в единице объема,  $T(X, Y, Z, t)$  – температура, зависящая от координат и времени.

Для тел простой формы (неограниченная пластина, неограниченный цилиндр и сфера) общее одномерное уравнение теплопроводности таково

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{m}{x} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \pm \frac{q'}{\rho C_p}, \quad a = \lambda / (\rho C_p),$$

где  $m$  – коэффициент формы,  $a$  – коэффициент температуропроводности, причем величина  $1/a$  характеризует тепловую инерцию материала преграды; для пластины  $m = 0$ , для цилиндра  $m = 1$  и для сферы  $m = 2$ .

В случае одномерной плоской задачи и отсутствия внутреннего тепловыделения уравнение нестационарной теплопроводности

$$\partial T / \partial t = a \partial^2 T / \partial x^2. \quad (5.2)$$

Для расчета теплопередачи через плоскую преграду в воздушный объем для уравнения (5.2) ставят начальные и граничные условия. Начальным условием принято предположение об одинаковой начальной температуре для всей системы.

Различные граничные условия характеризуют взаимодействие окружающей среды с поверхностью преграды. Граничное условие 1-го рода задает распределение температуры поверхности преграды во времени. Граничное условие 2-го рода задает распределение плотности теплового потока через поверхность преграды во времени (такое условие соответствует передаче тепла, в основном, за счет излучения).

Для примера, в 1-м случае для пластинки толщиной  $\delta$  и площадью  $F$  с установившимися, но различными на гранях температурными условиями (рис. 5.1), согласно (5.1)

$$q_k = -\lambda dT/dn = -\lambda dT/dX = -\lambda (T_{\text{ПОВ},1} - T_{\text{ПОВ},2}) / \delta,$$

и тепловой поток конвекцией

$$Q_k = Fq_k = -\lambda F \Delta T / \delta, \quad \Delta T = T_{\text{ПОВ},1} - T_{\text{ПОВ},2}.$$

Введя тепловое сопротивление пластинки  $R_{\text{пл}} = \delta / (\lambda F)$ , получим формулу теплопередачи через пластинку (величину, обратную  $R_{\text{пл}}$ , называют коэффициентом теплопередачи)  $Q_k = |\Delta T / R_{\text{пл}}|$ .

При внешнем тепловом воздействии на конструкцию обычно известны лишь параметры омывающей ее среды. Плотность теплового потока, проходящего через среду, у поверхности конструкции определяется уравнением Ньютона

$$q_k = \alpha_k \Delta T, \quad (5.3)$$

где  $\alpha_k$  – коэффициент теплоотдачи,  $\Delta T$  – температурный напор.

Из закона сохранения энергии (соотношений (5.1) и (5.3))

$$\alpha_k \Delta T = \lambda |dT/dn|_{\text{ПОВ}}. \quad (5.4)$$

В данном случае для уравнения теплопроводности ставится граничное условие 3-го рода: тепловой поток  $q$ , Вт/м<sup>2</sup>, через поверхность конструкции  $X = 0$  пропорционален  $\Delta T$ , то есть превышению задаваемой температуры среды  $T_{\text{ср}}(t)$ , омывающей преграду, над температурой  $T_{\text{ПОВ}}$  поверхности преграды – при  $\Delta T = T_{\text{ср}} - T_{\text{ПОВ}} > 0$

$$q = \alpha_k (T_{\text{ср}} - T_{\text{ПОВ}}) \quad (5.5)$$

или  $q = \alpha_k (T_{\text{ПОВ}} - T_{\text{ср}})$  при  $\Delta T = T_{\text{ср}} - T_{\text{ПОВ}} < 0$ , причем перепад температур  $\Delta T$  происходит в достаточно узком пограничном слое. Коэффициент конвективной теплоотдачи для условий свободной (естественной) конвекции газа, омывающего твердую преграду, имеет порядок  $\alpha_k \sim 3\text{--}20$  Вт/(м<sup>2</sup>·К).

Под  $T_{\text{ср}}$  понимают температуру на удалении от преграды, где ее влияние становится несущественным. Поскольку это достаточно тонкий слой, для омывающей среды изменение функции  $T_{\text{ср}}(t)$  ассоциируют с поверхностью преграды  $X = -0$  (рис. 5.1).

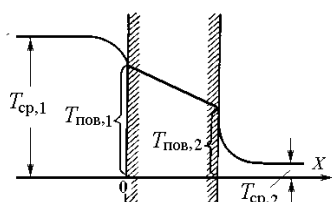


Рис. 5.1. Схема распределения температуры при теплопередаче через преграду с  $\lambda = \text{const}$  от среды 1 (температурный напор  $\Delta T = T_{\text{ср},1} - T_{\text{пов},1}$ ) в среду 2 ( $\Delta T = T_{\text{пов},2} - T_{\text{ср},2}$ )

При теплопередаче через преграду в газовый объем граничным условием 3-го рода учитывают теплообмен конвекцией и излучением тепла от тыльной (необогреваемой) поверхности  $X = \delta$  в газовую среду, причем лучистый тепловой поток описывают законом Стефана-Больцмана ( $\alpha^*$  – коэффициент лучеиспускания)

$$q = \alpha^* [(T_{\text{ср}}/100)^4 - (T_{\text{ПОВ}}/100)^4].$$

Последнюю формулу можно заменить формулой Ньютона  $q = \alpha_\tau(T) \cdot \Delta T$ , где  $\alpha_\tau$  – коэффициент теплоотдачи лучистого теплообмена, зависящий от температуры и свойств поверхности, фиксируемых степенью черноты. На практике часто используют суммарный коэффициент  $\alpha = \alpha_k + \alpha_\tau$ , то есть для нестационарных процессов принимают

$$\partial T_{\text{ПОВ}}(t) / \partial X = \alpha [T_{\text{СР}} - T_{\text{ПОВ}}(t)] / \lambda. \quad (5.6)$$

При теплопередаче в газовый (воздушный) объем за преградой температура газа  $T_{\text{СР}}$  будет изменяться (при  $\Delta T = T_{\text{ПОВ}} - T_{\text{СР}} > 0$  повышаться) в зависимости от характеристик среды и объема  $V$ . Изменение со временем  $t$  температуры  $T_{\text{СР}}(t)$  среды (с плотностью  $\rho_b$  и удельной теплоемкостью  $C_{pb}$ ) за ограждением определяется из уравнения баланса тепла:  $Q$ , отдаваемого необогреваемой поверхностью с температурой  $T_{\text{ПОВ}}(t)$ , и  $Q_+$ , получаемого газом.

Мощность  $E$  тепловой отдачи площади  $F$  необогреваемой поверхности  $E = dQ/dt = \alpha' F \Delta T$ , где  $\alpha'$  – коэффициент теплоотдачи. Для притока тепла в объем  $V = F \cdot l$  в форме параллелепипеда (рис. 5.2,а)  $dQ_+/dt = \rho_b C_{pb} F l \cdot dT_{\text{СР},2}/dt$ . Из уравнения баланса тепла получаем уравнение для температуры  $T_{\text{СР},2}(t)$  газовой среды

$$dT_{\text{СР},2}/dt = \alpha' \cdot \Delta T / (\rho_b C_{pb} l). \quad (5.7)$$

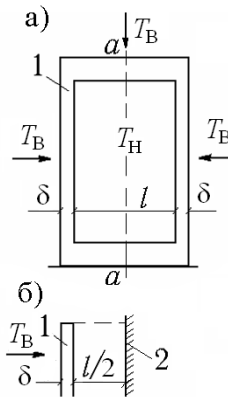


Рис. 5.2. Геометрия задачи объемного прогрева конструкции и теплопередачи от омывающей среды (теплого удара) с температурой  $T_B(t)$  в газовый объем с температурой  $T_H(t)$  (а) и расчетная схема (б): 1 – ограждающая стенка; 2 – расчетная «теплоизолированная стенка»

При расчете действия на конструкцию пожара используют граничное условие 3-го рода: на поверхности  $X = -0$  задается первое краевое условие – функция изменения температуры обогревающей среды  $T_{\text{СР},1}(t)$  в форме «стандартного пожара» [35]

$$T_{\text{СР},1} = 345 \lg(0,133t + 1) + T_{\text{Н}0}, \quad (5.8)$$

совместно с уравнением для коэффициента теплоотдачи дающее изменение температуры на преграде  $X = +0$ .

Для обогреваемой поверхности бетонов коэффициент теплоотдачи определяют по формуле, учитывающей конвекцию и излучение и полученной экспериментально в системе «огневая камера-бетонная поверхность» [35, 36],

$$\alpha = 29 + (3,9 - 0,0023 T_{\text{ПОВ}}) [(T_{\text{СР}}/100)^4 - (T_{\text{ПОВ}}/100)^4] / (T_{\text{СР}} - T_{\text{ПОВ}}),$$

где  $T_{\text{СР}}(t) = T_{\text{СР},1}$  – зависимость изменения температуры от времени для «стандартного пожара»;  $T_{\text{ПОВ}} = T_{\text{ПОВ},1}$  – температура обогреваемой поверхности;  $3,9 - 0,0023 T_{\text{ПОВ}}$  – произведение коэффициента излучения абсолютно черного тела  $\alpha_{\text{абс}} = 5,67$  на приведенную степень черноты  $S_{\text{ПР}} = 0,67 - 4 \cdot 10^{-4} T_{\text{ПОВ}}$  (применительно к условиям эксперимента).

Теплообмен на необогреваемой поверхности  $X = +2H$  задается граничным условием 3-го рода (второе краевое условие) совместно с уравнением нагрева газа в объеме  $V$  от притока тепла и с коэффициентом теплоотдачи  $\alpha' = \alpha_k + \alpha_\tau$

$$\alpha_k = 1,5 (T_{\text{ПОВ}} - T_{\text{СР}})^{1/3},$$

$$\alpha_\tau = 5,67 S_i [(T_{\text{ПОВ}}/100)^4 - (T_{\text{СР}}/100)^4] / (T_{\text{ПОВ}} - T_{\text{СР}}),$$

где  $T_{CP}(t) = T_{CP,2}$  – температура за преградой в газовой среде;  $T_{ПОВ} = T_{ПОВ,2}$  – температура необогреваемой поверхности;  $S_i$  – ее степень черноты, (температурный напор  $\Delta T = T_{ПОВ,2} - T_{CP,2}$ ).

## 5.2. СООТНОШЕНИЯ В ИНВАРИАНТНОЙ ФОРМЕ

Представление соотношений задачи теплозащиты в инвариантной форме позволяет установить систему параметров для обобщения результатов решения задачи теплопередачи для модели на подобные натурные объекты.

При изучении распределения температуры в конструкциях и термомеханического состояния материалов широко используют методы теории размерностей. Их применение снижает число варьируемых аргументов задачи, что облегчает анализ как экспериментов, так и результатов численного моделирования.

Рассмотрим представление в инвариантной форме решения данной задачи на примере уравнения теплопроводности (5.2). Разыскивается распределение температуры  $T(X, t)$  в ограждении и температура  $T_B = T_{CP,2}(t)$  прогрева внутреннего газового (далее – воздушного) объема при начальной температуре  $T_{H0}$ . Для простоты значения теплофизических характеристик преграды и воздуха принимаются постоянными. Полагается, что на ограждение герметичного объекта действует тепловой удар, и известны (также постоянные) экспериментальные значения коэффициентов теплоотдачи от среды теплового удара к поверхности ограждения  $\alpha$  и от необогреваемой поверхности к воздушному объему  $\alpha'$ .

Действие на ограждение теплового удара (или «стандартного пожара») длительностью  $\tau$  примем в виде произведения максимума температуры  $T_{max}$  на безразмерную функцию времени  $f(t)$

$$T_{CP,1} = T_{max} f(t) \quad (0 < t \leq \tau).$$

Аргументы задачи:  $X, t, T_{H0}, T_{max}, \tau$ ; коэффициенты теплоотдачи  $\alpha$  и  $\alpha'$ , входящие соответственно в первое и второе крайние условия граничных условий третьего рода; характеристики преграды  $\lambda, \rho, C_p, F, \delta$  и газового объема  $V, \rho_b, C_{pb}$ , где  $\delta$  – толщина ограждения,  $F$  – площади обогреваемой и необогреваемой поверхностей.

Размерности данной системы  $n = 15$  определяющих параметров выражаются через  $n' = 4$  единицы измерения: длину  $L$ , время  $\theta$ , массу  $M$ , и температуру  $\Phi$ :  $[X] = [\delta] = L$ ,  $[F] = L^2$ ,  $[V] = L^3$ ,  $[t] = [\tau] = \theta$ ,  $[T_{H0}] = [T_{max}] = \Phi$ ,  $[\lambda] = ML/(\Phi\theta^3)$ ,  $[\rho] = [\rho_b] = M/L^3$ ,  $[C_p] = [C_{pb}] = L^2/(\Phi\theta^2)$ ,  $[\alpha] = [\alpha'] = M/(\Phi\theta^3)$ , то есть число безразмерных аргументов снижается до  $15 - 4 = 11$ .

Приняв в качестве характерных величин длину  $\delta$ , время  $\tau$  и разность температур  $T_{max} - T_{H0}$ , приведем уравнение (5.2) к безразмерному виду

$$\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = Fo \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2},$$

где  $\xi = X/\delta$  и  $\varphi = t/\tau$  – безразмерные координата и время.

Безразмерный параметр  $Fo$ , представляющий критерий гомохронности тепловых процессов, называется числом Фурье

$$Fo = \lambda\tau/(\rho C_p \delta^2).$$

Граничные условия и уравнение баланса тепла прогрева воздуха в объеме дают (дополнительно к  $\xi, \varphi$  и  $Fo$ ) следующие безразмерные аргументы, среди которых  $Bi$  – так называемое число Био:

$$Bi = \alpha\delta/\lambda, \quad B' = \alpha'/\alpha, \quad T_m = (T_{max} - T_{H0})/T_{H0}, \quad H = V/\delta^3,$$

$$C = C_p/C_{pb}, \quad R = \rho/\rho_b, \quad F_\delta = F/\delta^2, \quad \beta = \delta\rho_b C_{pb}/(\alpha'\tau).$$

Решение задачи в безразмерной (критериальной) форме для изменения температуры в преграде  $\psi$  и в газовом объеме  $\psi'$  при функции безразмерного аргумента  $f(\varphi)$  имеет вид

$$(T_{max} - T)/(T_{max} - T_{H0}) = \psi(\xi, \varphi, Fo, Bi, B', T_m, H, C, R, F_\delta, \beta),$$

$$(T_{max} - T_B)/(T_{max} - T_{H0}) = \psi'(Fo, Bi, B', T_m, H, C, R, F_\delta, \beta).$$

Для неоднородной (слоистой) преграды в систему определяющих параметров добавляются значения  $\lambda_i$ ,  $C_{pi}$  и  $\rho_i$  для каждого  $i$ -го слоя соответствующей толщины  $\delta_i$ .

### 5.3. ЭМПИРИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ТЕПЛОВЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА КОНСТРУКЦИИ

Для больших плит в воздухе при давлении  $P$  для обогреваемых поверхностей коэффициент  $\alpha_k$ , Вт/(м<sup>2</sup>·К), определяется в зависимости от ориентации преграды [43]<sup>2</sup>

$$\alpha_k = b \Delta T^{0,25} \sqrt{P},$$

где  $P$  – давление в атмосферах (атмосферное давление  $P = 1$ );  $b$  – коэффициент ориентации: для вертикальных стен, плит  $b = 2$ ; для горизонтальных плит, обращенных вверх,  $b = 2,5$ ; для горизонтальных плит, обращенных вниз,  $b = 1,314$ .

Для горизонтальных труб диаметром  $d = 13$ –254 мм и при температурном напоре  $\Delta T = 15$ –390 К

$$\alpha_k = b(\Delta T/d)^{0,25},$$

где  $d$  в мм;  $b = 6,16$ ; (для вертикальной трубы  $d = 175$  мм высотой 0,58–2,64 м  $b = 5,89$ ).

При расчете действия на конструкцию пожара используют граничное условие 3-го рода: на поверхности  $X = -0$  задается первое краевое условие – функция изменения температуры обогревающей среды  $T_{cp,1}(t)$  в форме «стандартного пожара» [35]<sup>3</sup>

$$T_{cp,1} = 345 \lg(0,133t + 1) + T_{H0},$$

совместно с уравнением для коэффициента теплоотдачи дающее изменение температуры на преграде  $X = +0$ , (рис. 5.1).

Для обогреваемой поверхности бетонов коэффициент теплоотдачи определяют по формуле, учитывающей конвекцию и излучение и полученной экспериментально в системе «огневая камера-бетонная поверхность» [35, 36],

$$\alpha = 29 + (3,9 - 0,0023 T_{пов}) [(T_{cp}/100)^4 - (T_{пов}/100)^4] / (T_{cp} - T_{пов}),$$

где  $T_{cp}(t) = T_{cp,1}$  – зависимость изменения температуры от времени для «стандартного пожара»;  $T_{пов} = T_{пов,1}$  – температура обогреваемой поверхности;  $3,9 - 0,0023 T_{пов}$  – произведение коэффициента излучения абсолютно черного тела  $\alpha_{абс} = 5,67$  на приведенную степень черноты  $S_{пр} = 0,67 - 4 \cdot 10^{-4} T_{пов}$  (применительно к условиям эксперимента).

Для металлических обогреваемых поверхностей применяют формулу [35, 42]

$$\alpha = 29 + 5,67 S_{пр} [(T_{cp}/100)^4 - (T_{пов}/100)^4] / (T_{cp} - T_{пов}),$$

$$S_{пр} = [(1/S) + (1/S_0) - 1]^{-1},$$

где  $S_{пр}$  – приведенная степень черноты системы «огневая камера-поверхность преграды»,  $S = 0,85$  – степень черноты огневой камеры,  $S_0$  – степень черноты обогреваемой поверхности.

Теплообмен на необогреваемой поверхности  $X = +2H$  задается граничным условием 3-го рода (второе краевое условие) совместно с уравнением нагрева газа в объеме  $V$  от притока тепла и с коэффициентом теплоотдачи  $\alpha' = \alpha_k + \alpha_\tau$  [35]

$$\alpha_k = 1,5 (T_{пов} - T_{cp})^{1/3},$$

$$\alpha_\tau = 5,67 S_i [(T_{пов}/100)^4 - (T_{cp}/100)^4] / (T_{пов} - T_{cp}),$$

<sup>2</sup> В цитируемом источнике принята размерность  $[\alpha] = \text{ккал}/(\text{час} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{град})$ ; приводимые в формулах значения  $b$  даны пересчетом к системе СИ (Вт/м<sup>2</sup>·град) умножением на коэффициент 1,163.

<sup>3</sup> В общем случае действия теплового удара задается функция времени  $T_{cp,1}(-0, t)$ .

где  $T_{CP}(t) = T_{CP,2}$  – температура за преградой в газовой среде;  $T_{ПОВ} = T_{ПОВ,2}$  – температура необогреваемой поверхности;  $S_i$  – степень черноты необогреваемой поверхности, (температурный напор  $\Delta T = T_{ПОВ,2} - T_{CP,2}$ ).

#### 5.4. КОНЕЧНО-РАЗНОСТНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ УРАВНЕНИЙ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

Рассматривается задача о теплопередаче через плоскую преграду площадью  $F$  и толщиной  $\delta = 2H$  (рис. 5.1) при начальной температуре  $T = T_{H0}$  и внешнем воздействии от среды с изменяющейся со временем  $t$  температурой  $T_B = T_{CP,1}(t)$  в газовый (воздушный) объем  $V$  с характерным размером  $l = V/F$  вдоль вектора теплового потока, температура которого от разогрева также является переменной  $T_H = T_{CP,2}(t)$ . Предполагается, для простоты, что остальная часть внутренней поверхности объема имеет идеальную теплоизоляцию.

При тепловом воздействии на симметричную конструкцию (рис. 5.2) через вертикальную плоскость симметрии  $a-a$  поток тепла отсутствует, что позволяет ввести расчетную «теплоизолированную стенку» и воздушный объем оценивать размером его полугабарита  $l/2$ .

Для однородной преграды задача состоит в решении уравнения (5.2) с начальным условием  $T(X, 0) = T_{H0}$ . Расчет основан на численном интегрировании одномерного уравнения теплопроводности. В алгоритме использованы соотношения явного конечно-разностного условно-устойчивого метода элементарных тепловых балансов. Расчетом определяется распределение по координате и во времени значения температуры в конструкции, а также в газовом объеме за ограждением.

Исходными данными являются: начальная температура; параметры преграды – слоистой системы с индивидуальными свойствами и толщинами слоев; типы материалов; плотность, константы теплопроводности и теплоемкости каждого слоя; температура испарения воды в материалах; начальная весовая влажность; скрытая теплота парообразования воды в порах материала; степени черноты обогреваемой и необогреваемой поверхностей; теплоемкость воздуха; габариты воздушного объема за преградой.

Начальными условиями для всей системы является начальная температура окружающей среды  $T_{H0}$ . Граничные условия: для обогреваемой поверхности – изменение со временем температуры внешней среды (например, «стандартного пожара») – граничное условие 3-го рода; для необогреваемой поверхности – температура прогреваемого в замкнутом объеме воздуха. Формулы для коэффициентов отдачи  $\alpha$  от среды пожара к обогреваемой поверхности и  $\alpha'$  от необогреваемой поверхности в газовый объем приведены выше.

Выпишем разностные соотношения на сетке с переменным (произвольным) шагом по координате  $X$  (рис. 5.3).

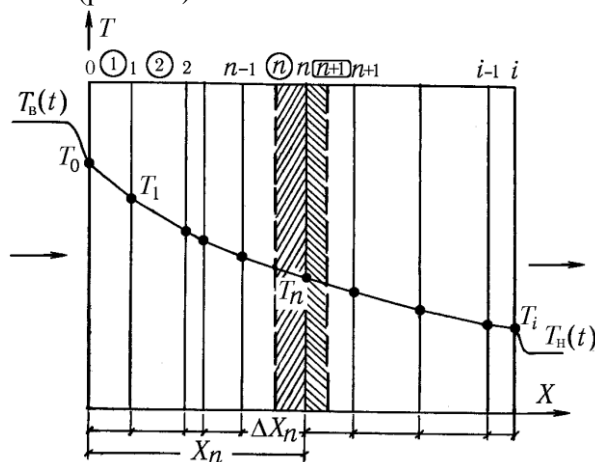


Рис. 5.3. Расчетная схема вычисления нестационарной теплопередачи от среды пожара с температурой  $T_B(t)$  через теплоизолирующую конструкцию в воздушный объем с температурой  $T_H(t)$ ;  $T_0$  и  $T_i$  – температура обогреваемой и необогреваемой поверхностей

Уравнение для температуры обогреваемой граничной поверхности (расчетный слой  $n = 1$ ) имеет вид (ниже значения на текущем шаге времени  $\Delta t$  помечены индексом  $j+1$ , остальные величины относятся к прошлому шагу)

$$\begin{aligned} \alpha(T_b - T_0)\Delta t + [A_1 + B_1(T_1 + T_0)/2](T_1 - T_0)\Delta t/\Delta X_1 = \\ = \rho_1 \frac{\Delta X_1}{2}(C_1 + D_1 T_0)(T_0^{j+1} - T_0) + \rho_1 \frac{\Delta X_1}{2} \frac{P_B}{100} r. \end{aligned}$$

Разрешая уравнение относительно  $T$ , запишем

$$\begin{aligned} T_0^{j+1} = T_0 + \frac{2\Delta t[A_1(T_1 - T_0) + \frac{1}{2}B_1(T_1^2 - T_0^2) + \alpha(T_b - T_0)\Delta X_1]}{\rho_1 \Delta X_1^2(C_1 + D_1 T_0)} - T_\Phi, \\ T_\Phi = P_B r / [100(C_1 + D_1 T_{\text{учн}})]. \end{aligned}$$

Здесь  $A_1, B_1, C_1, D_1$  – коэффициенты в формулах, аппроксимирующих зависимости коэффициентов теплопроводности  $\lambda$  и теплоемкости  $C$  от температуры  $T$  для каждого из расчетных слоев,

$$\lambda_n = A_n + B_n T \quad (n = 1, 2, 3 \dots N),$$

$$C_n^c = C_n + D_n T \quad (n = 1, 2, 3 \dots N),$$

$\rho_n$  – плотности сухого материала слоев, кг/м<sup>3</sup>;  $\Delta X_n$  – размеры (толщины) расчетных слоев, м;  $T_{\text{исп}}$  – температура испарения воды в порах;  $r$  – скрытая теплота парообразования воды в порах материала (для воды  $r = 2,26 \cdot 10^6$  Дж/кг);  $P_b$  – начальная весовая влажность материала, %;  $T_\Phi$  – снижение температуры в материале за счет испарения воды в порах.

Для внутренних слоев принимаются соответствующие индивидуальные значения теплофизических параметров, что позволяет решать задачи теплопередачи для композитных многослойных преград сложной структуры. В уравнениях возможен учет эффектов, связанных с теплопотерями в результате испарения влаги, содержащейся в порах материалов. Аналогично потерям от испарения могут быть введены потери тепла в результате плавления и удаления расплава из конструкции.

Уравнение для внутреннего слоя без учета поправки на испарение воды

$$\begin{aligned} \left( A_n + B_n \frac{T_{n-1} + T_n}{2} \right) \left( \frac{T_{n-1} - T_n}{\Delta X_n} \right) \Delta t + \left( A_{n+1} + B_{n+1} \frac{T_{n+1} + T_n}{2} \right) \left( \frac{T_{n+1} - T_n}{\Delta X_{n+1}} \right) \Delta t = \\ = \frac{1}{2} \left[ \rho_n \cdot \Delta X_n \left( C_n + D_n \frac{T_{n-1} + T_n}{2} \right) + \rho_{n+1} \cdot \Delta X_{n+1} \left( C_{n+1} + D_{n+1} \frac{T_{n+1} + T_n}{2} \right) \right] (T_n^{j+1} + T_n). \end{aligned}$$

Отсюда, решение относительно  $T_n^{j+1}$ , имеем

$$\begin{aligned} T_n^{j+1} = T_n + (E_1 + E_2)/E_3, \\ E_1 = \left( A_n + B_n \frac{T_{n-1} + T_n}{2} \right) (T_{n-1} - T_n) \Delta t / \Delta X_n, \\ E_2 = \left( A_{n+1} + B_{n+1} \frac{T_{n+1} + T_n}{2} \right) (T_{n+1} - T_n) \Delta t / \Delta X_{n+1}, \\ E_3 = \frac{1}{2} \left[ \rho_n \cdot \Delta X_n \left( C_n + D_n \frac{T_{n-1} + T_n}{2} \right) + \rho_{n+1} \cdot \Delta X_{n+1} \left( C_{n+1} + D_{n+1} \frac{T_{n+1} + T_n}{2} \right) \right]. \end{aligned}$$

Для однородного массива с постоянным шагом сетки и с учетом поправки на испарение

$$T_n^{j+1} = T_n + \frac{\Delta t [A(T_{n-1} - 2T_n + T_{n+1}) + \frac{1}{2}B(T_{n-1}^2 - 2T_n^2 + T_{n+1}^2)]}{\rho \Delta X^2 (C - DT_n)} - T_\Phi,$$

где константы  $\rho, A, B, C, D$  одинаковые для всех слоев.

Для необогреваемой граничной поверхности ( $n = i$ ) имеем уравнение



$$T_i^{j+1} = T_i + \frac{2 \Delta t [A_i(T_{i-1} - T_i) + \frac{1}{2} B_i(T_{i-1}^2 - T_i^2)] + \alpha'(T_n - T_i) \Delta X_i}{\rho_i \Delta X_i^2 (C_i - D_i T_i)} - T_\phi.$$

Уравнение для воздуха за теплоизолирующей преградой

$$T_H^{j+1} = T_H + \alpha' \Delta t (T_i + T_i^{j+1} - 2T_H) / (2C\rho\delta_H + \alpha' \Delta t),$$

где  $C$  – теплоемкость воздуха, Дж/(кг·К);  $\rho$  – плотность воздуха, кг/м<sup>3</sup>;  $\alpha'$  – коэффициент теплоотдачи в воздух, Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $\delta_H$  – характерный размер воздушного объема, м (для случая объемного воздействия на симметричный объект «теплоизолированная стенка» представляет плоскость симметрии).

## 5.5. ПРОГРАММА TERM

Программа TERM выполняет расчет температурного поля в плоских ограждающих конструкциях произвольной слоистой структуры (из различных материалов слоев) и теплопередачи в воздушный объем за ограждением при внешнем тепловом воздействии (стандартный пожар, тепловой удар при взрывах, тепловое воздействие огневого шара и др.).

Шаг счета  $\Delta t$  определяется минимизацией соотношения

$$\Delta t = \rho_n \Delta X_n (C_n + D_n T_0) / [2\alpha + (2A_n + B_n T_0) / \Delta X_n],$$

в цикле по всем слоям теплоизоляционного пакета для возможных диапазонов изменения температур  $T_0$  и  $T_B$  для коэффициента  $\alpha$ .

Программа для ПК состоит из главного модуля TERM (основные вычисления) и трех внешних подпрограмм: WTAU – автоматического выбора шага счета по времени, WISP – корректировки температуры при испарении влаги в порах материалов и SKGR – вывода результатов счета в табличном и графическом виде на экран монитора и принтер. Определение поправки на испарение  $T_\phi$  осуществляется согласно блок-схеме на рис. 5.4. Выдаются температурные поля в конструкции и внутри объекта в последовательные моменты времени с заданным шагом квантования.

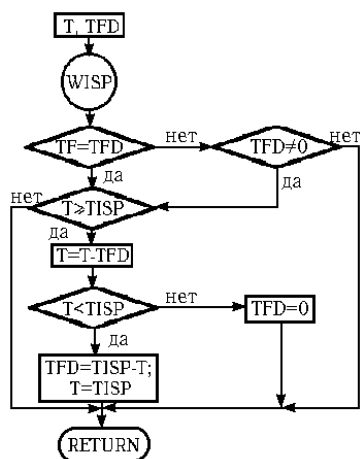


Рис. 5.4. Блок-схема контроля испарения влаги в порах материала и коррекции температуры: TF – начальное значение снижения температуры от испарения, TFD – текущее значение снижения температуры,  $T$  – текущая температура, TISP – температура испарения

Параметры материалов по слоям вводятся из встроенных в программу данных табл. 5.1 и 5.2. В качестве внешнего воздействия используется функция стандартного пожара или произвольная функция времени температуры внешнего источника (в том числе – теплового удара при взрыве, воздействия огненного шара при воспламенении облака ГВС). Возможен также расчет на отрицательный тепловой удар. Окна программы с данными расчета примера 1 приведены на рис. 5.5 и 5.6.

Таблица 5.1. Излучательная способность поверхностей преград из различных материалов

Материал и состояние поверхности		T, К	Степень черноты
Бетон на гранитном или известняковом щебне		–	0,625
Керамзитобетон		–	0,6
Плиты гипсовые высокопрочные облицовочные		–	0,5
Цементно-песчаная штукатурка		–	0,87
Кирпич силикатный		–	0,90
глиняный обыкновенный		–	0,94
Асбоцементная напыляемая изоляция (судовая)		–	0,9
Покрытие по стали фосфатное огнезащитное		–	0,89
Алюминий полированный		296–443	0,04
шероховатый		298	0,07
Железо	полированное	698	0,144
	блестящее	293	0,24
	окисленное гладкое	398	0,78
Сталь	листовая	1213	0,52
	окисленная шероховатая	313	0,94
Медь	полированная	293	0,030
	слегка тусклая	293	0,037
	окисленная	293	0,780
Дерево	строганное	294–343	0,9
Стекло	гладкое	293	0,93
Лед	гладкий	273	0,97
Резина	серая, черная	297	0,9
Краски	алюминиевая краска	423–588	0,35
	алюминиевая эмаль шероховатая	293	0,39
	масляная краска	273–473	0,885
	белая эмаль шероховатая	293	0,90
	черная эмаль блестящая	298	0,876

Таблица 5.2. Теплофизические характеристики материалов

Материал	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$\lambda$ , Вт/(м·К)	$B$ , Вт/(м·К <sup>2</sup> )	$C_p$ , Дж/(кг·К)	$D$ , Дж/(кг·К <sup>2</sup> )
Алюминий	2700	209,3	0,016	896	0,169
Медь	8933	389,6	–0,063	383	0,0257
Сталь Г13	7800	14,7	0,0126	460	0,253
Сталь Р18	7800	25,9	0	460	0,253
Сталь углеродистая	7800	45,2	–0,030	473	0,253
Магний	1740	166	–0,029	1017	–
Серебро	10500	419	–0,084	234	0,046
Тяжелый бетон на гранитном щебне	2330	1,30	$-3,5 \cdot 10^{-4}$	481	0,84
Керамзитобетон	1600	0,39	$1,16 \cdot 10^{-4}$	710	0,48
Газобетон	480	0,041	$1,90 \cdot 10^{-4}$	748	0,63
Кирпич силикатный	1700	0,89	$-3,5 \cdot 10^{-4}$	674	0,60
Асбест листовой	900	0,075	$2 \cdot 10^{-4}$	666	0,63
Дерево	200	0,047	–	2720	–
Стекло	2800	0,81	–	800	–
Грунт влажный	1500	1,2	–	880	–
Теплоизоляция ТИМ	200	0,0558	$2 \cdot 10^{-4}$	666	0,6
Минераловатные плиты, влаж. 0,5%	120	0,07	$5,8 \cdot 10^{-4}$	750	0,63
Гипсовая штукатурка, влаж. 20%	900	0,20	$3,5 \cdot 10^{-4}$	1000	0,60
Асбест листовой, влажн. 9%	1800	0,31	$8 \cdot 10^{-5}$	840	0,63
Покрытие по стали огнезащитное	200	–0,025	$2,2 \cdot 10^{-4}$	1086	0,63
Фторопласт-4	2250	0,233	–	1120	–
Сталь 20ХН4В низколегированная	800	27,3	$-1,43 \cdot 10^{-3}$	460	0,253
Сталь Х13 хромистая нержавеющая	7800	26,7	$-3,7 \cdot 10^{-3}$	460	0,253
Сталь Х18НВВ хромоникелевая аустенит.	7800	163,0	$1,49 \cdot 10^{-2}$	460	0,253
Пенопласты	100	0,05	–	1100	–
Пеношамот	950	0,28	$2,0 \cdot 10^{-4}$	880	2,3
Асбоцементные плиты	1800	0,31	$8 \cdot 10^{-5}$	840	0,63
Стекловата	200	0,04	–	670	–
Эбонит	1150	0,163	–	2009	–
Лед при 0° С	913	2,22	–	1830	–

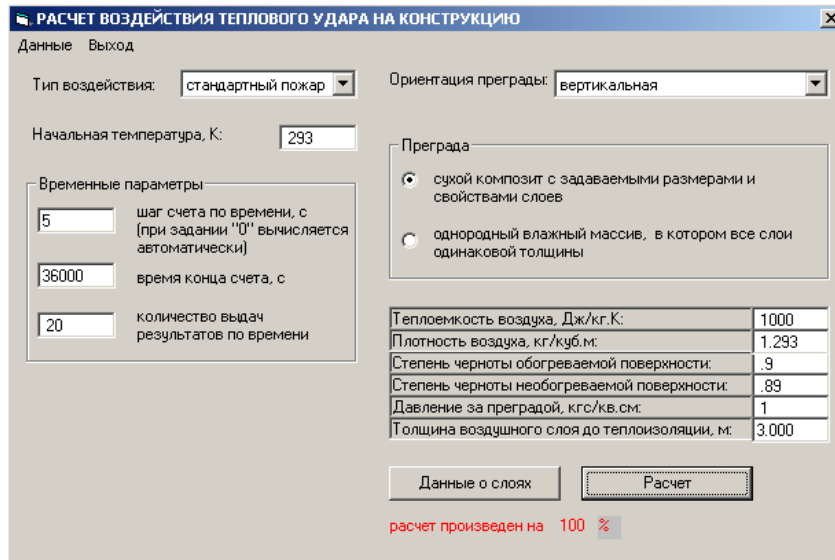


Рис. 5.5. Главное окно программы TERM с данными к примеру 1

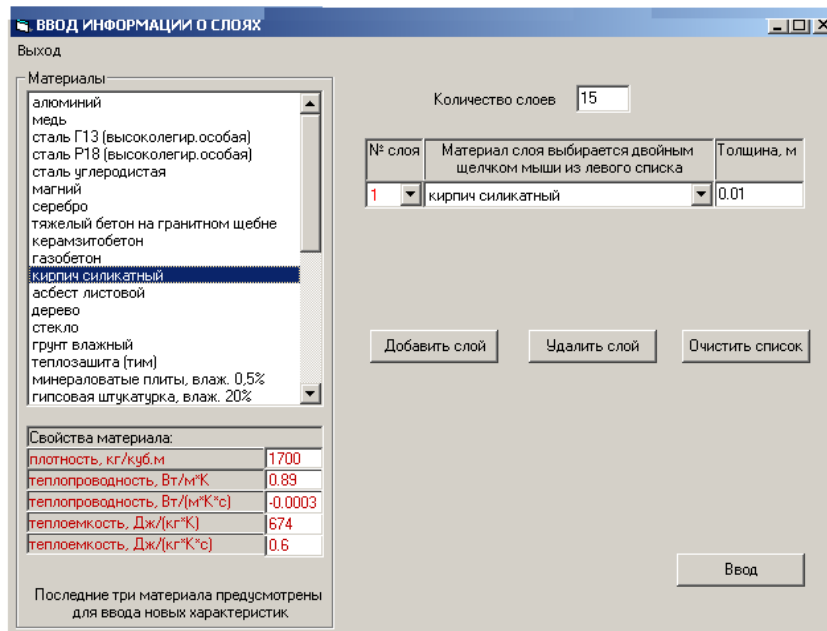


Рис. 5.6. Окно программы TERM формирования набора данных по слоям преграды, к примеру 1

## 5.6. ПРИМЕР РАСЧЕТА

Приводится пример расчета теплопередачи через плоскую преграду площадью  $F$  и толщиной  $\delta = 2H$  (рис. 5.2,а) при начальной температуре  $T = T_{H0}$  и внешнем воздействии от среды с изменяющейся со временем  $t$  температурой  $T_B = T_{cp,1}(t)$  в газовый (воздушный) объем  $V$  с характерным размером  $l = V/F$  вдоль вектора теплового потока, температура которого от разогрева также является переменной  $T_H = T_{cp,2}(t)$ . Предполагается, что остальная часть внутренней поверхности объема имеет идеальную теплоизоляцию. При тепловом воздействии на симметричную конструкцию через вертикальную плоскость симметрии а–а поток тепла отсутствует, что позволяет ввести расчетную «теплоизолированную стенку» и воздушный объем оценивать размером его полугабарита  $l/2$  (рис. 5.2,б).

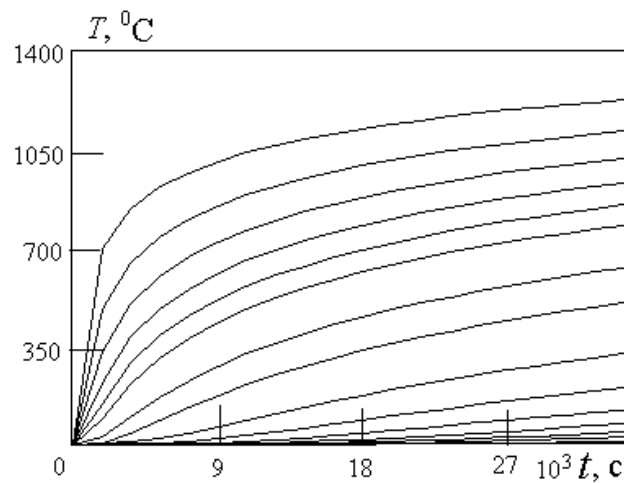
Начальные условия для всей системы – начальная температура окружающей среды  $T_{H0}$ . Граничные условия: для обогреваемой поверхности – изменение со временем температуры внешней среды – «стандартного пожара»; для необогреваемой поверхности – температура прогреваемого в замкнутом объеме воздуха.

Стены помещения из сплошной кладки силикатного кирпича толщиной 0,4 м с внутренним утеплителем из пеношамота толщиной 0,1 м и воздуха в помещении с

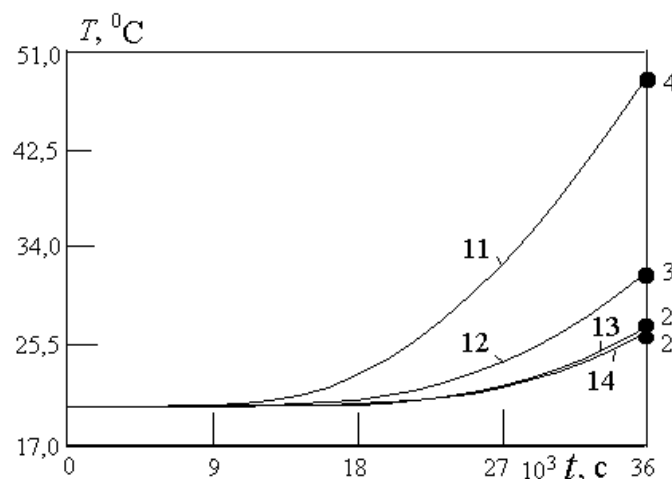
внутренним габаритом по нормали к стене, равным 6 м. В расчетной схеме стена представлена 15 слоями с переменным шагом по толщине от 1 до 5 см. Материал утеплителя занимает 2 последних слоя толщиной 5 см каждый. Расчет проведен в интервале 0–10 час с результатами, представленными в табл. 5.3 и на рис. 5.7–5.9. Как видно из этих данных, за 10 часов пожара внутренняя поверхность стены нагревается на  $6,8^\circ$ , а воздух в помещении – на  $6,4^\circ$ .

**Таблица 5.3.** Изменение со временем  $t$  температуры ( $^\circ\text{C}$ ) среды пожара, на гранях стены и в воздухе помещения

$10^3 t, \text{c}$	Среда пожара	Обогреваемая (наружная)	Необогреваемая (внутренняя)	Воздух
1,8	841	709	20	20
3,6	945	849	20	20
7,2	1049	974	20	20
14,4	1152	1095	20,04	20,03
28,8	1256	1206	22,5	22,3
36,0	1563	1240	26,8	26,4



**Рис. 5.7.** Изменение со временем температуры в среде пожара (кривая 0), на обогреваемой (внешней) границе кладки (1), в расчетных слоях стены (2–13) и в воздушном объеме помещения (14)



**Рис. 5.8.** Изменение со временем температуры на внутренней границе кладки (11), в центре утеплителя (12), на внутренней (необогреваемой) поверхности стены (13) и в воздушном объеме помещения (14)

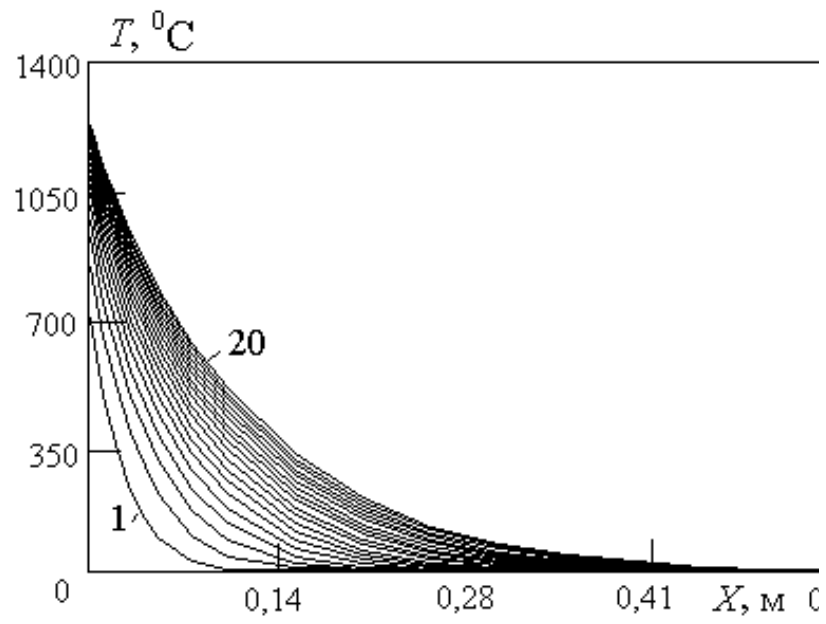


Рис. 5.9. Распределение температуры прогрева стены в последовательные моменты времени  $t$  с шагом 1800 с: кривая 1 – для  $t = 1800$  с, 20-я кривая – для  $t = 36000$  с

## ЛИТЕРАТУРА

1. Защитные сооружения гражданской обороны. СНИП II-11-77. М.: Стройиздат, 1978.
2. Котляревский В.А., Ганушкин В.И., Костин А.А., Костин А.И., Ларионов В.И. Убежища гражданской обороны. Конструкции и расчет. М.: Стройиздат, 1989.
3. Попов Н.Н., Рассторгуев Б.С. Расчет конструкций специальных сооружений. М.: Стройиздат, 1990.
4. Морозов В.И., Никонов Б.И., Орлов Г.И., Ганушкин В.И. Приспособление подвалов существующих зданий под убежища. М.: Стройиздат, 1966.
5. Действие ядерного оружия. М.: Воениздат, 1963.
6. Бирбраер А.Н., Шульман С.Г. Прочность и надежность конструкций АЭС при особых динамических воздействиях. М.: Энергоатомиздат, 1989.
7. Методика оценки последствий химических аварий. Методика оценки последствий аварийных взрывов топливо-воздушных смесей. Сб. методик № 1. Госгортехнадзор России. М.: НТЦ «Промышленная безопасность», 1999.
8. Пожарная безопасность технологических процессов. Общие требования. ГОСТ Р 12.3.047-98.
9. Вольмир А.С., Кильдибеков И.Г. Изгиб толстых плит. // Прочность. Устойчивость. Колебания. Том 1. М.: Машиностроение, 1968. С. 586.
10. Вольмир А.С., Кильдибеков И.Г. Прямоугольные пластинки. // Прочность. Устойчивость. Колебания. Том 1. М.: Машиностроение, 1968. С. 532–562.
11. Справочник по строительной механике корабля, том 2. / Под ред. Ю.А. Шиманского. Л.: Судпромгиз, 1958.
12. Campbell J.D. The dynamic yielding of mild steel. // Acta Metallurgical, 1953, v. 1, No 6. P. 706–710.
13. Гвоздев А.А. К расчету конструкций на действие взрывной волны. // Строительная промышленность, 1943, № 1–2.
14. Рабинович И.М. К динамическому расчету сооружений за пределом текучести. // Исследования по динамике сооружений. М.: Стройиздат, 1947.
15. Борджес Дж.Ф., Равара А. Проектирование железобетонных конструкций для сейсмических районов. М.: Стройиздат, 1978.
16. Котляревский В.А. Упруговязкопластические волны в материале с запаздывающей текучестью. // Журнал ПМТФ, 1962, № 3. С.81–87.
17. Котляревский В.А. Динамический расчет балки за пределом упругости с учетом эффектов скоростного деформирования. // Строительная механика и расчет сооружений, 1979, № 6. С. 48–55.
18. Григорян С.С. Об основных представлениях динамики грунтов. // ПММ, 1960. Т. 24, № 6. С. 1057–1072.
19. Котляревский В.А., Румянцева Р.А., Шишикин А.И. Волны в мягком грунте как упруговязкой среде. // Физика горения и взрыва, 1977, № 2. С. 229–238.
20. Котляревский В.А., Майорова Е.Г., Шишикин А.И. Волны напряжений в грунтах при наличии кавитационных эффектов. // Журнал ПМТФ, 1978, № 2. С.95–104.
21. Котляревский В.А., Румянцева Р.А., Чистов А.Г. Расчеты удара штампа по грунтовому массиву с использованием различных моделей упругопластических сред в условиях плоской деформации. // Изв. АН СССР, МТТ, 1977, № 5. С. 132–146.
22. Котляревский В.А., Костин А.А. Комплексный расчет конструкций сооружений гражданской обороны методом механики сплошной среды. // В.А. Котляревский и др. Убежища гражданской обороны. Конструкции и расчет. М.: Стройиздат, 1989. С. 544–583.
23. Екобори Т. Физика и механика разрушения и прочности твердых тел. М.: Металлургия, 1971.
24. Котляревский В.А. Механические характеристики малоуглеродистой стали при импульсивном нагружении с учетом запаздывающей текучести и вязкопластических свойств. // Журнал ПМТФ, 1961, № 6. С. 145–152.

25. Кноулз К., Броуд Г. Теория процессов кратерообразования. // Удар, взрыв и разрушение. Механика, 26. М.: Мир, 1981. С. 8–42.
26. Котляревский В.А., Костин А.А. Оценка риска строительства и эксплуатации зданий и сооружений на основе проектного математического моделирования изменения во времени их напряженно-деформированного состояния. // Глобальная безопасность, 2006, № 4. С. 42–48. Комплексное обеспечение безопасности и антитеррористической защищенности высотных зданий и уникальных сооружений Москвы. Материалы московской научно-практической конференции 21-22 марта 2007 г. М.: Правительство Москвы и Всемирная Академия наук комплексной безопасности. С. 138–149.
27. Оксенгендлер Г.И. Яды и противоядия. Л.: Наука, 1982.
28. Тиунов Л.А., Кустов В.В. Токсикология окиси углерода. М.: Медицина, 1980.
29. Котляревский В.А. Затекание продуктов взрыва и ударных волн в помещения. // В.А. Котляревский, В.И. Ларионов, С.П. Суцев. Энциклопедия безопасности. Строительство, промышленность, экология, Т. 1. М.: НАУКА, 2010. С. 490–509.
30. Адушкин В.В., Каазик П.Б. Расчет выхода газообразных продуктов подземного взрыва в атмосферу. // ПМТФ, 1976, № 1. С. 111–120.
31. Котляревский В.А. Об использовании моделей грунтов при прогнозе испытаний крепи подземных выработок на действие промышленных взрывов // Тез. докл. научно-техн. конф. «Повышение эффективности и качества транспортного строительства на БАМе, а также в других районах Сибири и Дальнего Востока». М.: ВНИИ трансп. строит. Минтрансстроя, 1979. С. 267.
32. Котляревский В.А., Майорова Е.Г. Взаимодействие воздушной ударной волны с пористой средой и фильтрация газа через грунтовый слой при взрывах. // Известия АН СССР, МТТ, 1982, № 3. С. 143–155.
33. Любов Б.Я. Решение нестационарной одномерной задачи теплопроводности для области с равномерно движущейся границей // ДАН СССР, 1947, т. LVII, № 6.
34. Ваничев А.П. Приближенный метод решения задач теплопроводности в твердых телах // Изв. АН СССР, 1946, № 12.
35. Яковлев А.И. Расчет огнестойкости строительных конструкций. М.: Стройиздат, 1988.
36. Яковлев А.И., Шейнина Л.В. Исследование прогрева плоских конструкций // Огнестойкость строительных конструкций. М.: ВНИИПО МВД СССР, 1976, вып. 4. С. 16–22.
37. Котляревский В.А. Программа TERM расчета теплозащиты на ПЭВМ // Аварии и катастрофы. Предупреждение и ликвидация последствий. Кн. 2. М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 1996. С. 348–355.
38. Giesbrecht H. et al. Analysis of the potential explosion effect of flammable gases released into the atmosphere over a short time. // Chem. eng. tech. Weinheim. 1981. №4, part 1-2. P. 305–325.
39. Баренблатт Б.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М. Недра, 1972. С. 286 с.
40. Коробейников В.П., Чушкин П.И., Шароватова К.В. Таблицы газодинамических функций начальной стадии точечного взрыва. М.: ВЦ АН СССР, 1963.
41. Коробейников В.П., Чушкин П.И., Шароватова К.В. Газодинамические функции точечного взрыва. М.: ВЦ АН СССР, 1969.
42. Яковлев А.И. О расчете огнестойкости стальных конструкций на основе применения ЭВМ // Огнестойкость строительных конструкций. М.: ВНИИПО МВД СССР, 1973, вып. 1. С. 3–18.
43. Мак-Адамс В. Теплопередача. Л.-М.: Изд-во НКТП СССР, 1936.
44. Ляхов Г.М., Полякова Н.И. Волны в плотных средах и нагрузки на сооружения. М.: Недра, 1967.
45. Алфрей Т. Механические свойства высокополимеров. М.: ИИЛ, 1952.
46. Рейнер М. Деформация и течение. Введение в реологию. М.: Гостоптехиздат, 1963.
47. Котляревский В.А., Румянцева Р.А. Динамика деформируемой системы в упруговязком слое при импульсном нагружении // ФГВ, 1978, № 1. С. 128–133.
48. Котляревский В.А., Румянцева Р.А. Деформации упругопластической системы в грунте со свободной поверхностью, нагруженной импульсом давления // ФГВ, 1980, № 6. С. 79–85.
49. Кулабухов О.Д. Сборные железобетонные форто сооружения. М.: Воениздат, 1963.
50. Демиденко Г.П., Кузьменко Е.П., Орлов П.П., Сидоренко Н.А. Защита объектов народного хозяйства от оружия массового поражения. Киев: «ВИЩА ШКОЛА», 1987.

51. *Котляревский В.А.* Коррекция динамических испытаний конструкций на моделях при наличии масштабных эффектов. *Строительная механика и расчет сооружений*, 2014, № 1. С. 43–48.
52. *Котляревский В.А.* Особенности вибрационной диагностики в строительстве. «Мониторинг. Наука и безопасность», 2013, № 3(11). С. 44–54. Электронный журнал «Наука и безопасность», вып. 4(9) декабрь 2013. С. 2–10. [URL:http://www.art-atis.com](http://www.art-atis.com).
53. *Котляревский В.А.* Безопасность строительных объектов оборонного назначения. Защитные сооружения, убежища гражданской обороны. // *Безопасность России. Безопасность строительного комплекса*. М.: МГОФ «Знание», 2012. С. 559–629.